

Traitement acoustique et insonorisation des bâtiments

par **Jacques JOUHANEAU**

Professeur au Conservatoire national des arts et métiers

1. Principes physiques mis en jeu dans les mécanismes d'absorption.....	C 3 362 - 2
1.1 Principes généraux régissant les mécanismes d'absorption de paroi.....	— 2
1.2 Étude et traitement des caractéristiques d'absorption d'une salle	— 10
2. Matériaux utilisés pour le traitement interne des salles.....	— 14
2.1 Diaphragmes.....	— 14
2.2 Résonateurs de Helmholtz.....	— 18
2.3 Matériaux poreux à texture rigide.....	— 21
2.4 Matériaux poreux à parois déformables	— 24
2.5 Lois de combinaisons.....	— 27
3. Principes physiques mis en jeu dans la transmission des ondes sonores à travers les parois.....	— 32
3.1 Transparence acoustique : notions générales.....	— 32
3.2 Transmission des ondes planes à travers les parois planes.....	— 35
3.3 Traitement pratique des problèmes de transparence	— 42
4. Annexe A : vibration des plaques	— 47
4.1 Célérité des ondes de propagation dans les solides	— 47
4.2 Modes propres d'une plaque posée ou encastree.....	— 48
4.3 Coefficient de raideur d'une plaque encastree	— 48
Références bibliographiques	— 49

Faisant suite à l'**acoustique des salles** [C 3 360] qui constitue une approche géométrique, ondulatoire et statistique des lois qui régissent le comportement des ondes sonores dans les espaces clos, cet article présente les principes physiques qui sous-tendent les phénomènes d'absorption et de transmission ainsi que les approches concrètes qui peuvent en découler dans le traitement acoustique des parois.

Plutôt que de présenter de façon classique les caractéristiques d'absorption des différents types de revêtement, nous avons choisi de développer un modèle physique très général, mais applicable à tous les matériaux.

Dans la première partie, le modèle proposé comprend une partie rigide et une partie compliant. Il permet donc de rendre compte du comportement des absorbants dont la contribution dissipative due aux déformations structurelles (fibres textiles, mousses poreuses, feutres, etc.) peut être négligée. Ce paragraphe est complété par une méthode de « mise en forme » de la courbe de réponse de la salle par mise en application des principes proposés.

La seconde partie reprend de façon plus détaillée les notions abordées précédemment et examine successivement le calcul des diaphragmes, des résonateurs, des plaques perforées et des structures poreuses faiblement déformables ainsi que la plupart des combinaisons de ces différents éléments. Dans chaque cas, quelques exemples concrets sont proposés.

La troisième partie se présente comme une synthèse des principales lois physiques qui interviennent dans les mécanismes de transmission des ondes sonores par les parois. Elle insiste sur l'importance des ondes de flexion et leurs conséquences sur les phénomènes de coïncidence. Elle permet d'évaluer les principales valeurs critiques qui constituent les points faibles des cloisons, des portes, des vitrages...

L'incidence de ces lois sur l'efficacité des doubles parois est évoquée à l'aide de quelques exemples caractéristiques.

Symboles et notations	
Symboles	Désignation
a	rayon des structures circulaires
a_{mn}	coefficient caractéristique d'une plaque posée
b_{mn}	coefficient caractéristique d'une plaque encastrée
c	célérité d'une onde
e	distance d'un matériau à la paroi
f	fréquence
h	épaisseur d'un matériau
\underline{k}	nombre d'onde complexe
k	nombre d'onde réel
k_m	coefficient de raideur
ℓ	longueur
m	masse
p	pression acoustique
q	débit
r	résistance réduite d'un matériau
v	vitesse vibratoire
x	réactance réduite d'un matériau
\underline{z}	impédance réduite d'un matériau
A	absorption d'une salle
B	module de flexion
D	coefficient de dissipation
E	puissance d'une source
K_s	facteur de structure
L_p	niveau de pression acoustique
Q	facteur de qualité
R	indice d'affaiblissement
R_{EC}	résistance à l'écoulement
R_G	coefficient de réflexion globale
R	coefficient de réflexion
R'	coefficient de réémission
S	surface de référence
T_R	temps de réverbération
V	volume d'une salle
W	énergie
\underline{Z}	impédance d'un matériau
α	coefficient d'absorption
η	coefficient de viscosité dynamique
η	facteur de perte
θ	angle d'incidence de l'onde
λ	longueur d'onde
ν	coefficient de Poisson
ρ	masse volumique
σ	porosité d'un matériau

Symboles et notations	
Symboles	Désignation
σ	efficacité de rayonnement
τ	coefficient de transmission
χ	coefficient de couplage
ω	pulsation
Γ	coefficient d'encastrement
\emptyset	admittance fréquentielle

1. Principes physiques mis en jeu dans les mécanismes d'absorption

L'absorption est le phénomène résultant de la dissipation des ondes sonores. Cette dissipation peut se produire, soit au moment où l'onde entre en contact avec une paroi ou un obstacle, soit en cours de propagation.

La qualité acoustique d'une salle dépend, dans une large mesure, des caractéristiques du champ réverbéré (niveau, durée, homogénéité, etc.). Le contrôle de cette qualité passe donc par la maîtrise de tous les paramètres susceptibles de modifier l'absorption et particulièrement ceux des matériaux qui constituent les parois de la salle.

1.1 Principes généraux régissant les mécanismes d'absorption de paroi

Dans tout ce paragraphe on cherchera à mettre en évidence le mode d'action des matériaux en fonction de leurs propriétés physiques.

Pour mieux expliciter les phénomènes, on effectuera un certain nombre de simplifications en se plaçant dans des conditions particulières, facilement identifiables (par exemple : onde plane sous incidence donnée, champ parfaitement diffus, réaction locale, etc.).

Les situations intermédiaires seront analysées :

- soit par combinaison des lois obtenues dans les cas particuliers ;
- soit en introduisant les lois relatives aux couplages de plusieurs systèmes élémentaires ;
- soit, dans les cas plus complexes, par la prise en compte de paramètres issus de résultats expérimentaux.

1.1.1 Approximations

Les principales simplifications apportées dans ce paragraphe sont les suivantes :

■ Assimilation du champ direct à une onde plane

Cette condition revient à considérer que la source est suffisamment éloignée des parois pour que les conditions de champ lointain soient respectées [2].

Ces conditions sont :

- front d'onde plan perpendiculaire à la direction de propagation ;
- pression et vitesse en phase.

On notera cependant que ces conditions n'excluent pas la décroissance de l'intensité en $1/r^2$.

■ Assimilation du champ réverbéré à un champ parfaitement diffus

Cette simplification part du principe que la pression quadratique réverbérée agissant sur une portion de paroi est la somme des pressions quadratiques induites par une infinité d'ondes planes arrivant de toutes les directions et comprises dans un angle solide de 2π stéradians [1].

■ Hypothèse d'un déplacement normal des parois

Sauf exception explicite (§ 2.4), on admettra que toutes les parois sont à **réaction localisée**. Cette expression traduit le fait que lorsqu'une onde de pression arrive sur un élément de paroi elle provoque un déplacement normal de celle-ci quel que soit l'angle d'incidence.

Cette condition, qui en toute rigueur n'est plus observée pour les ondes de flexion, s'appliquera également aux diaphragmes dans la mesure où les débits acoustiques induits par leur mise en vibration peuvent être correctement décrits à l'aide de modèles basés sur des combinaisons de pistons plans encastrés.

■ Domaine fréquentiel de validité des relations établies

Il reste tributaire du rapport entre la longueur d'onde et les dimensions de l'élément de surface considéré.

Les relations générales sont établies dans le cas où cette longueur d'onde est grande devant le diamètre moyen de la surface de référence.

Cette condition revient à admettre que, lors de l'étude du déplacement d'une fraction de paroi soumise à une pression d'onde plane arrivant sous incidence oblique, l'élément de surface considéré est suffisamment petit pour que la pression incidente soit en phase en chacun de ses points.

Dans les cas utiles, les comportements des champs de plus faible longueur d'onde seront examinés pour expliquer les réponses spécifiques de certains matériaux aux fréquences élevées.

■ Impédance mutuelle de rayonnement de deux éléments de surface voisins négligée

Dans le cas d'une plaque perforée, chaque orifice se comporte comme un résonateur de **Helmholtz**. L'air situé dans le col vibre comme un piston plan avec une amplitude qui dépend de la pression incidente des deux impédances de rayonnement (externe et interne) et de l'impédance mutuelle de rayonnement de chaque paire de perforations prises deux à deux.

Généralement, l'impédance, de rayonnement externe est négligeable devant l'impédance de rayonnement interne qui, elle-même, est très grande devant les impédances mutuelles de rayonnement.

1.1.2 Grandeurs physiques mises en jeu dans les mécanismes d'absorption : un exemple

Le phénomène d'absorption de paroi peut être analysé à partir d'une décomposition laissant apparaître deux modes d'actions distincts : la transmission et la dissipation.

Pour bien comprendre la non-linéarité de certaines réponses et les problèmes liés à la recherche de compromis, il est nécessaire de faire ressortir les principales caractéristiques de chacun de ces modes.

1.1.2.1 Premier mode d'action : l'énergie transmise

Pour qu'une paroi absorbe efficacement l'énergie d'une onde incidente, la première des conditions est que la puissance transmise à l'obstacle soit maximale.

Or cette puissance passe effectivement par un maximum quand l'impédance rencontrée est réelle et égale à l'impédance caractéristique du milieu, c'est-à-dire, dans les conditions de champ lointain, à $\rho_0 c$.

Quand la valeur de l'impédance de la paroi \underline{Z} s'éloigne de $\rho_0 c$, le coefficient de transmission τ diminue suivant une loi quadratique [1] :

$$\tau = 1 - \left| \frac{\underline{Z} - \rho_0 c}{\underline{Z} + \rho_0 c} \right|^2$$

L'énergie non transmise est réfléchiée, ce qui conduit à introduire, dans un premier temps, un coefficient de réflexion \mathcal{R} défini par la relation : $\mathcal{R} = 1 - \tau$.

1.1.2.2 Second mode d'action : l'énergie dissipée

Une fois dépassée (*) l'interface air-paroi, la dissipation d'énergie devient proportionnelle à la partie réelle de l'impédance rencontrée et au carré de la vitesse vibratoire.

(*) La notion de « dépassement » doit être prise, ici, dans un sens purement virtuel. S'il est possible, en effet, de lui donner une représentation concrète dans le cas d'une laine minérale, elle reste fictive en ce qui concerne un panneau rigide fonctionnant en flexion.

À ce stade il convient de distinguer deux cas :

- celui où l'impédance, dont la partie réelle constitue le terme de dissipation, est différente de l'impédance de paroi (cas des plaques perforées ou des matériaux poreux) ;
- celui où les deux impédances sont identiques (cas des diaphragmes).

Cette distinction est nécessaire dans la mesure où les mécanismes de réflexion sont conditionnés par l'**impédance de surface** de la paroi tandis que les mécanismes de dissipation dépendent plus spécifiquement de son **impédance de volume**.

1.1.2.3 Mise en évidence de la spécificité de chaque mode d'action à l'aide d'un exemple mécano-acoustique

Une illustration de la différence entre le phénomène de réflexion et celui de réémission peut être donnée par un modèle physique très simple (figure 1).

Considérons un sol rigide (d'impédance infinie) percé à intervalles réguliers de cavités, fermées par des systèmes masse-ressort dont la partie externe se comporte comme un piston plan circulaire encastré dans le sol.

On place à une distance h_0 au-dessus du sol une balle parfaitement élastique.

Quand le lâcher s'effectue au-dessus de la partie rigide, elle rebondit à une hauteur $h_1 \approx h_0$.

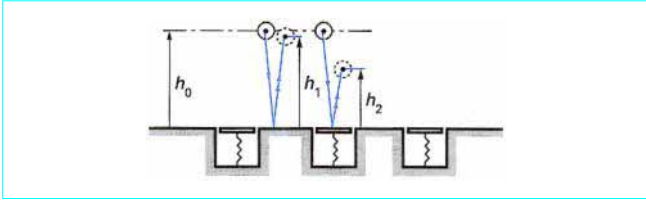


Figure 1 – Dispositif utilisé pour la détermination du coefficient de réflexion globale d'une surface constituée de matériaux différents

Si l'on définit le **coefficient de réflexion** \mathcal{R}_1 du sol par le rapport entre l'énergie potentielle de la balle à l'issue de son premier rebond et l'énergie potentielle initiale on obtient :

$$\mathcal{R}_1 = mgh_1/mgh_0 = h_1/h_0$$

Si la balle tombe sur l'un des oscillateurs, le rebond se fera à une hauteur $h_2 < h_1$ et le coefficient de réflexion sera alors :

$$\mathcal{R}_2 = h_2/h_0 < 1$$

Si l'on admet que l'énergie dissipée au moment du choc est négligeable, on peut affirmer que la différence d'énergie a été stockée sous forme d'énergie potentielle dans le ressort, d'où :

$$mgh_0 - mgh_2 = (1/2) k_m x_0^2$$

avec x_0 déplacement maximal du piston provoqué par le choc, k_m coefficient de raideur du ressort.

On peut ainsi définir un **coefficient de transmission** comme le rapport de l'énergie transmise au piston à l'énergie incidente, soit :

$$\tau = 1 - \mathcal{R}_2 = \frac{(1/2) k_m x_0^2}{mgh_0} = 1 - \frac{h_2}{h_0}$$

Après le choc, le système masse-ressort va osciller suivant une loi pseudo-sinusoidale amortie d'équation :

$$x(t) = x_0 \exp(-\lambda t) \cos(\omega t + \phi)$$

L'enveloppe de cette courbe est décrite par l'exponentielle (cf. article *Vibrations* [A 410] dans le traité Sciences fondamentales) :

$$x_M = x_0 \exp(-\lambda t)$$

où $\lambda = R/2m$ représente le terme d'amortissement, proportionnel à la partie réelle de l'impédance de l'oscillateur (R_0) et ω sa pseudo-pulsation.

Si l'on admet que la dissipation est assez faible pour que la pseudo-pulsation ω soit égale à la pulsation propre ω_0 , on pourra considérer qu'à tout instant l'amplitude de la vitesse vibratoire du piston est égale à $v_M = \omega_0 x_M$.

L'énergie dissipée par le piston serait alors :

$$[W_{R_0}]_0^t = \int_0^t \frac{1}{2} R_0 \omega_0^2 x_M^2 dt = \frac{1}{2} R_0 \omega_0^2 x_0^2 \int_0^t \exp(-2\lambda t) dt$$

Au bout d'un temps infini, cette énergie dissipée doit être égale à l'énergie stockée d'où :

$$[W_{R_0}]_0^\infty = \frac{1}{2} R_0 \omega_0^2 x_0^2 \left[\frac{1}{2\lambda} \right] = \frac{1}{2} k_m x_0^2 \quad (1)$$

Or R_0 contient principalement deux termes : un terme de frottement fluide du piston (R_m) et un terme de rayonnement (R_R).

Il en résulte que l'énergie perdue par chaque piston est la somme de l'énergie dissipée par frottement et de l'énergie rayonnée :

$$W_{R_0} = W_{RM} + W_{RR}$$

L'équation du bilan énergétique s'écrit :

$$\begin{array}{ccccccc} mgh_0 & = & mgh_2 & + & W_{RM} & + & W_{RR} \\ \downarrow & & \downarrow & & \downarrow & & \downarrow \\ \text{Énergies} & & \text{réfléchie} & & \text{dissipée} & & \text{rayonnée} \\ \text{incidente} & & & & & & \end{array}$$

En divisant chaque terme par l'énergie initiale (mgh_0), on obtient :

$$1 = \mathcal{R} + D + \mathcal{R}' \quad (2)$$

où \mathcal{R} , D et \mathcal{R}' sont respectivement les coefficients de **réflexion**, de **dissipation** et de **réémission** des pistons.

De cet exemple on retiendra principalement que le phénomène de réflexion peut être indépendant du phénomène de réémission.

Cette différence se manifeste ici à la fois sur la nature des phénomènes et sur leur répartition temporelle.

La réflexion directe s'effectue sous une forme purement mécanique et son effet est immédiat.

La réémission se produit sous forme d'énergie acoustique et son effet est différé dans le temps.

La distinction entre les deux phénomènes est particulièrement nette par le fait qu'il s'agit d'une excitation **mécanique en régime transitoire**.

Dans le cas d'une excitation acoustique en régime permanent, la différence sera plus difficile à mettre en évidence, mais son rôle sera tout aussi important (principalement en ce qui concerne les phénomènes de directivité).

Avant d'analyser le comportement spécifique des ondes acoustiques, on peut compléter l'étude du modèle précédent en examinant le cas où l'on dispose au-dessus du plancher précédent un grand nombre de balles que l'on lâche simultanément.

Nous définissons par $\sigma = (N\pi a^2/S)$ la probabilité pour chaque balle de tomber sur un piston et $1 - \sigma$ celle de tomber sur la surface rigide.

Dans ces conditions, le bilan énergétique s'écrit :

$$mgh_0 = (1 - \sigma)mgh_1 + \sigma mgh_2 + \sigma W_{RM} + \sigma W_{RR} (+ W_{\text{choc}})$$

Soit en divisant par mgh_0 :

$$1 = (1 - \sigma)\mathcal{R}_1 + \sigma\mathcal{R}_2 + \sigma D + \sigma\mathcal{R}' (+ \theta_{\text{choc}})$$

θ_{choc} étant l'énergie réduite perdue au moment du choc (sur le sol ou sur les pistons).

Si l'on néglige θ_{choc} (choc parfaitement élastique), on obtient à nouveau comme bilan global (avec $\mathcal{R}_1 = 1$) :

$$1 = \mathcal{R}_2 + D + \mathcal{R}'$$

1.1.3 Mécanismes d'absorption-réflexion sur les parois d'une salle

Pour des raisons qui vont apparaître tout au long de ce paragraphe, les salles traitées sont généralement constituées de parois à structures complexes dont le comportement acoustique varie avec la nature du matériau et, par conséquent, avec la fréquence de l'onde incidente.

Pour éviter l'introduction d'un trop grand nombre de développements analytiques (un par type de matériau), il est préférable d'établir un seul modèle de paroi et de modifier ses constantes de façon à faire apparaître, au moment de l'application, le comportement spécifique du matériau concerné.

1.1.3.1 Réflexion d'une onde acoustique sur une surface rigide comprenant une distribution uniforme de cavités fermées par des pistons plans

Comme pour l'exemple traité au paragraphe 1.1.2.3, le matériau choisi est constitué de deux parties de natures différentes comprenant une surface d'impédance infinie percée de cavités circulaires, obstruées par des pistons plans (ou des membranes) de même rayon (figure 2).

Le modèle proposé n'ayant pour but que de comprendre la nature des mécanismes intervenant à l'interface des parois, on se placera dans le cas où un certain nombre d'hypothèses simplificatives, détaillées au paragraphe 1.1.1, sont observées :

- source omnidirectionnelle assez éloignée de la paroi pour que les conditions de champ lointain soient respectées ;
- onde arrivant sous incidence proche de la normale ;
- surface S de dimensions réduites par rapport à la longueur d'onde ;
- impédance mutuelle de rayonnement des pistons négligeable.

La surface S comprend N pistons régulièrement espacés (soit n pistons par unité de surface). Chaque piston a une surface πa^2 .

Le rapport entre la surface des pistons et la surface totale est donc :

$$\sigma = \frac{N \pi a^2}{S} = n \pi a^2 \quad (3)$$

Sachant que les phénomènes de réflexion dépendent en premier lieu de l'impédance de la surface, il est opportun de déterminer successivement l'impédance de chaque piston et d'en déduire l'impédance globale de la paroi.

1.1.3.2 Impédance d'un piston (ou d'un diaphragme) fermé sur une cavité

On considère une paroi rigide d'impédance infinie percée d'une cavité cylindrique de rayon a .

La cavité est fermée par une membrane fonctionnant en piston plan (figure 3).

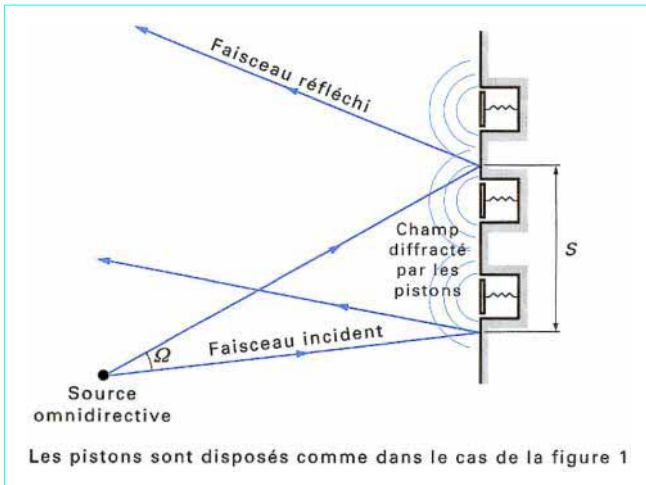


Figure 2 – Phénomènes de réflexion et de diffraction induits par une onde plane tombant sous incidence quasi normale sur une surface S d'impédance infinie contenant des résonateurs plans encastrés

L'impédance mécanique propre de chaque piston a pour expression :

$$\underline{Z}_\varepsilon = R_m + j(m\omega - k_m/\omega) = R_\varepsilon + jX_\varepsilon$$

avec R_m coefficient de frottement ou résistance mécanique du piston ; m est sa masse,

k_m son coefficient de raideur propre.

À droite du piston, son impédance de charge est l'impédance de cavité :

$$\underline{Z}_c = k_m/j\omega = \rho_0 c^2 (\pi a^2)^2 / j\omega V$$

À gauche, l'impédance de charge est l'impédance de rayonnement :

$$\underline{Z}_r = R_r + jX_r$$

Dans le cas du piston plan encastré, cette impédance est égale [2] à :

$$\underline{Z}_r = \rho_0 c \pi a^2 [R_1(2ka) + jX_1(2ka)]$$

Quand la longueur d'onde est grande devant le rayon a ($ka \ll 1$) on peut simplifier R_1 et X_1 :

$$R_1(2ka) \approx k^2 a^2/2$$

$$X_1(2ka) \approx 8ka/3 \pi$$

D'où $R_r \approx \rho_0 \pi a^4 \omega^2/2c$ et $X_r \approx 8 \rho_0 a^3 \omega/3 = m_r \omega$.

m_r est homogène à une masse et sera défini par la suite comme la **masse (virtuelle) de rayonnement** ; sa valeur sera $(8/3) \rho_0 a^3$ dans le cas d'une forme circulaire et $(8/3) \rho_0 (S/\pi)^{3/2}$ dans le cas d'une forme régulière (pas trop différente d'un cercle ou d'un carré).

Compte tenu des conditions de continuité des pressions ($p_0 = p_\varepsilon$) et des débits ($q_0 = Nq_\varepsilon$) lors du passage de la section $x = \varepsilon$ à la section $x = 0$ on peut écrire que :

$$\frac{p_0}{q_0} = \frac{p_\varepsilon}{Nq_\varepsilon} \quad \text{soit} \quad \frac{Z_0}{S^2} = \frac{Z_\varepsilon}{N(\pi a^2)^2}$$

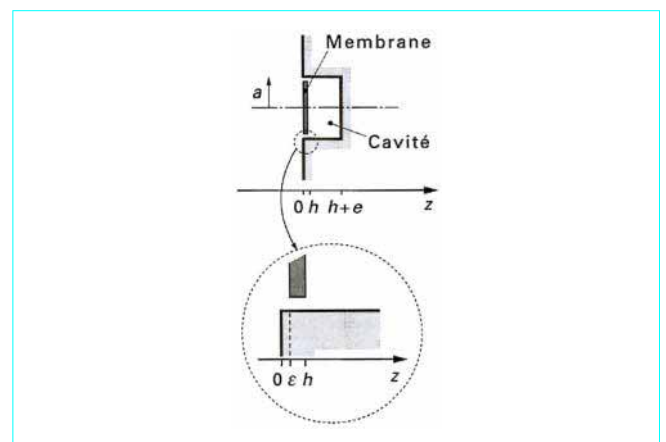


Figure 3 – Notations utilisées pour déterminer l'impédance d'une membrane fermée sur une cavité

Il en résulte que l'impédance réduite ($z_0 = Z_0/\rho_0 c S$) de la surface S est liée à l'impédance réduite des pistons ($z = Z_e/\rho_0 c \pi a^2$) par la relation :

$$z_0 = z/\sigma \quad (4)$$

1.1.3.3 Réflexion spéculaire et réflexion diffuse

■ Réponse de la paroi en régime transitoire

Si la source émet une impulsion, celle-ci donnera lieu à une réflexion instantanée sur la surface S .

Le coefficient de réflexion énergétique est alors défini comme dans l'exemple de la figure 1.

Au moment de la réflexion, chaque piston stocke une fraction de l'énergie incidente, puis la restitue en oscillant à sa pseudo-fréquence.

Son énergie résiduelle va donc être progressivement éliminée :

- par dissipation dans R_m ;
- par rayonnement.

Au total, l'énergie restituée à la salle comprendra l'énergie réfléchie instantanée et l'énergie réémise par le piston.

Les deux phénomènes ne peuvent et ne doivent pas être confondus.

La figure 4 donne une représentation schématisée du phénomène de réflexion-réémission en régime impulsif et montre bien la différence (temporelle) des deux mécanismes.

■ Réponse en régime stationnaire

Dans le cas où la source est harmonique la « séparation » du champ réfléchi et du champ réémis est plus difficile à mettre en évidence. La pression effectivement exercée sur les pistons devra prendre en compte, en amplitude et en phase, l'onde directe, l'onde réfléchie et l'onde réémise. Il devient donc impossible de traiter indépendamment les composantes énergétiques et de donner une forme utile aux coefficients de réflexion en intensité.

En revanche la différence entre l'onde réfléchie et l'onde réémise apparaît dans la répartition spatiale.

En effet, si l'onde réfléchie correspond bien à une réflexion spéculaire (faisceau issu de l'image de la source par rapport au plan $z = 0$), l'onde réémise par le piston possède sa directivité propre [en l'occurrence une demi-sphère lorsque $ka \ll 1$ car, dans ce cas précis, $R_1(2ka) = k^2 a^2/2$ et $Q = k^2 a^2/R_1 \approx 2$].

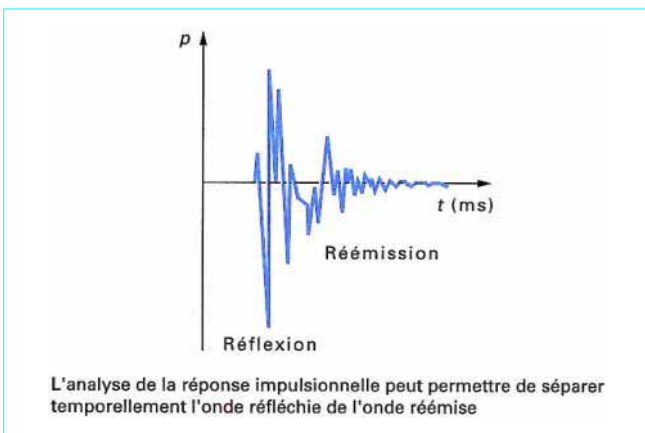


Figure 4 – Échogramme d'une réflexion impulsif sur la paroi décrite à la figure 2

Si l'on part du principe que le champ acoustique résultant de la réflexion sur une paroi est la somme de trois composantes : le champ **direct**, le champ **réfléchi** et le champ **diffracté**, il est nécessaire, pour distinguer les deux derniers, d'introduire les notions de **réflexion spéculaire** (représentée par un coefficient \mathcal{R}_p) et de **réémission** (représentée par un coefficient \mathcal{R}'_p) tout en sachant que cette dernière va être la source principale de la **réflexion diffuse**.

1.1.3.4 Détermination du coefficient d'absorption d'une surface soumise à une onde incidente plane

La pression exercée effectivement sur la surface S résulte de la présence simultanée de trois « pressions partielles » :

- la pression de l'onde incidente : p_i ;
- la pression de l'onde réfléchie : p_r ;
- la pression de l'onde diffractée : $p_{r'}$;

$$p_0 = p_e = p_i + p_r + p_{r'} \quad (5)$$

et de même pour la vitesse vibratoire prise dans le plan $x = 0$:

$$v_0 = v_i + v_r + v_{r'} \quad (6)$$

v_0 étant lié à la vitesse vibratoire des pistons par la relation $v_0 = \sigma v_e$.

Les relations fondamentales entre pression et vitesse particulaire sont, dans l'hypothèse où l'onde réfléchie est également plane et normale à S :

$$p_i = \rho_0 c v_i \text{ et } p_r = -\rho_0 c v_r$$

Si l'on admet (ce qui n'est acceptable que pour les ondes situées dans un plan très proche de S) que l'onde diffractée est également plane, on peut introduire :

$$p_{r'} = -\rho_0 c v_{r'}$$

Dans ce cas, le bilan des vitesses peut s'écrire :

$$v_0 = \sigma v_e = \frac{p_i}{\rho_0 c} - \frac{p_r}{\rho_0 c} - \frac{p_{r'}}{\rho_0 c}$$

$$\text{d'où } \frac{p_e}{v_e} = \sigma \rho_0 c \frac{p_i + p_r + p_{r'}}{p_i - p_r - p_{r'}} = \frac{Z_e}{\pi a^2}$$

et, en introduisant l'impédance réduite z de Z_e , on aboutit à :

$$p_i + p_r + p_{r'} = \frac{z}{\sigma} (p_i - p_r - p_{r'})$$

Ce qui donne, en divisant les deux membres par p_i :

$$1 + \mathcal{R}_p + \mathcal{R}'_p = \frac{z}{\sigma} (1 - \mathcal{R}_p - \mathcal{R}'_p)$$

\mathcal{R}_p et \mathcal{R}'_p étant respectivement les coefficients de réflexion et de réémission en pression, on en déduit :

$$\begin{aligned} \mathcal{R}_p + \mathcal{R}'_p &= \frac{z - \sigma}{z + \sigma} \\ p_e &= p_i (1 + \mathcal{R}_p + \mathcal{R}'_p) = p_i \left| \frac{2z}{z + \sigma} \right| \\ v_e &= \frac{p_i}{\rho_0 c \sigma} (1 - \mathcal{R}_p - \mathcal{R}'_p) = \frac{p_i}{\rho_0 c} \left| \frac{2}{z + \sigma} \right| \end{aligned} \quad (7)$$

1.1.3.5 Bilan des puissances

Connaissant :

la puissance transportée par le faisceau incident (la source est supposée omnidirectionnelle) :

$$E_i = \frac{\Omega E_{\text{source}}}{4\pi d^2} = \frac{S p_i^2}{\rho_0 c}$$

et la puissance dissipée dans les N pistons :

$$E_D = NRe[\underline{Z}]v_\varepsilon^2 = NR_m v_\varepsilon^2 = N\rho_0 c \pi a^2 v_\varepsilon^2$$

ou encore : $E_D = R_0 v_0^2$

qui s'écrit dans tous les cas :

$$E_D = \frac{Sp_i^2}{\rho_0 c} \frac{4r\sigma}{(r+\sigma)^2 + x^2}$$

on en déduit le **coefficient de dissipation** dans les N pistons :

$$D = \frac{E_D}{E_i} = \frac{4r\sigma}{(r+\sigma)^2 + x^2} \quad (8)$$

ainsi que le **coefficient de réflexion globale** :

$$\mathcal{R}_G = 1 - D$$

1.1.3.6 Définition du coefficient d'absorption d'un matériau

Dans le modèle précédent, l'énergie incidente de l'onde arrivant sous incidence normale sur un matériau d'impédance réduite $z_0 = r_0 + x_0$ ne peut prendre que deux formes :

- une forme dissipative ;
- une forme réverbérée (par réflexions diffuse et spéculaire).

Le coefficient d'absorption peut donc être assimilé au coefficient de dissipation D introduit précédemment.

D'où une première définition :

Le coefficient d'absorption d'un matériau est égal au rapport de la puissance dissipée dans une portion de surface S du matériau à la puissance du faisceau incident limité par le contour de S .

Dans l'exemple précédent, ce rapport s'exprime par :

$$\alpha = \frac{E_D}{E_i} = \frac{4r\sigma}{(r+\sigma)^2 + x^2}$$

De cette première approche, on retiendra que la puissance transportée par le faisceau incident ($E_i = Sp_i^2/\rho_0 c$) n'est pas la puissance reçue par S ($E_0 = Sp_0^2/\rho_0 c$), de même que la pression exercée sur S par le faisceau incident (p_i) n'est pas égale à la pression globale (p_0) exercée sur cette même surface.

Une seconde méthode peut être introduite en définissant le coefficient d'absorption par le rapport :

$$\alpha = \frac{\text{Énergie incidente} - \text{Énergie restituée}}{\text{Énergie incidente}}$$

Cette définition est acceptable à la condition que le terme « restituée » prenne en compte, à la fois, l'onde réfléchie et l'onde réémise.

Dans l'exemple précédent, ces deux ondes étant planes et spéculaires, on peut introduire un coefficient de réflexion globale \mathcal{R}_G :

$$\mathcal{R}_G = \frac{\text{Énergie restituée à la salle}}{\text{Énergie incidente}}$$

D'où la seconde définition du coefficient d'absorption :

Le coefficient d'absorption d'une portion de surface S est la fraction d'énergie non restituée à la salle par cette surface,

soit : $\alpha = 1 - \mathcal{R}_G$

Dans l'exemple précédent, ce coefficient s'exprime par :

$$\alpha = 1 - |\mathcal{R}_p + \mathcal{R}_p'|^2 = 1 - \left| \frac{z_0 - 1}{z_0 + 1} \right|^2 = 1 - \left| \frac{z - \sigma}{z + \sigma} \right|^2$$

Cette définition n'est applicable, en toute rigueur, que dans des conditions très particulières. Sa validité théorique est très limitée, mais son utilisation pratique peut être étendue aux situations où l'onde réémise est négligeable devant l'onde réfléchie.

Ainsi dans l'exemple développé plus haut, si l'on néglige le champ diffracté par les pistons on peut écrire :

$$\mathcal{R}_p' \ll \mathcal{R}_p \text{ ce qui entraîne : } \mathcal{R}_G \approx |\mathcal{R}_p|^2 \text{ et, par conséquent : } \alpha = 1 - |\mathcal{R}_p|^2.$$

Toutefois, il convient de noter que \mathcal{R}_p est, le plus souvent, défini par le rapport $(z_0 - 1)/(z_0 + 1)$, ce qui revient à confondre \mathcal{R}_p et \mathcal{R}_G . L'incidence de cette confusion est plus théorique que pratique, mais l'absence de distinction entre champ réfléchi et champ réémis peut conduire à des erreurs plus conséquentes dès lors que le champ réémis n'est plus négligeable devant le champ réfléchi.

1.1.4 Caractéristiques du coefficient d'absorption

L'étude précédente a montré que, dans l'hypothèse où le coefficient de réflexion globale était égal au rapport $(z - \sigma)/(z + \sigma)$, le coefficient d'absorption dépendait de plusieurs paramètres dont les plus importants sont :

- l'angle d'incidence de l'onde supposée plane (θ) ;
- la résistance « interne » (réduite) du matériau (r) ;
- sa réactance « interne » (réduite) (x) ;
- sa porosité (σ).

Dans l'exemple développé au paragraphe 1.1.3, le coefficient d'absorption sous incidence normale avait comme expression :

$$\alpha = \frac{4r\sigma}{(r+\sigma)^2 + x^2}$$

Sous cette forme, il apparaît clairement que le coefficient passe par un maximum pour $x = 0$, c'est-à-dire quand la fréquence de l'onde incidente coïncide avec la fréquence propre des pistons. Cette fréquence propre est donc la fréquence centrale de la bande active du matériau (figure 5) ; elle est la solution de l'équation :

$$m\omega + \rho_0 c \pi a^2 X_1 - \frac{k_m + k_a}{\omega} = 0$$

avec $k_a = \frac{\rho_0 c^2 (\pi a^2)^2}{V}$, $X_1 \approx m_r \omega$

Soit :

$$f_0 = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{k_m + k_a}{m + m_r}} \quad (9)$$

À cette fréquence, l'expression de α se réduit à :

$$\alpha_0 = \frac{4r\sigma}{(r+\sigma)^2} = 0 \quad (10)$$

L'absorption due à la présence de ce matériau sera d'autant plus importante que α_0 sera plus élevé. Le maximum d'efficacité d'absorption (figure 6) est donné par :

$$\frac{d\alpha_0}{dr} = \frac{4\sigma(\sigma - r)}{(r + \sigma)^3} = 0$$

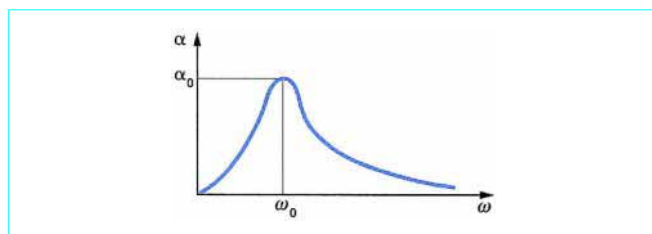


Figure 5 – Variation du coefficient d'absorption d'un matériau avec la fréquence

qui correspond à $r = \sigma$.

La valeur maximale de α_0 obtenue dans ces conditions est :

$$(\alpha_0)_{\max} = 1$$

ce qui revient à dire que, quand l'impédance du matériau est égale à l'impédance du milieu de propagation (vue du matériau), il y a absorption totale. Ce résultat est conforme au principe de l'adaptation d'impédance qui veut que la puissance transmise soit maximale quand l'impédance de charge est égale à l'impédance de source.

Rappelons que l'impédance du milieu de propagation est, pour une onde plane, égale à $\rho_0 c$ (c'est-à-dire 1 en valeur réduite) et que cette valeur ramenée de S sur la surface des pistons vaut $(N \pi a^2 / S) \rho_0 c$, c'est-à-dire $\sigma \rho_0 c$, soit σ en valeur réduite. On remarque en outre que dans le cas où $S < \pi a^2$, on retrouve $\sigma = 1$. Dans ce cas, α_0 est simplement égal à $4 r / (r + 1)^2$.

1.1.5 Application à différents types de matériau

1.1.5.1 Diaphragmes

Constitués par principe d'un seul piston de grandes dimensions (X, Y), le diaphragme peut être défini par :

$$S = X Y; N = 1; \sigma = 1; \text{d'où } Z_0 = Z_e$$

En introduisant :

m la masse du panneau ($= \rho_s X Y$),

m_r sa masse de rayonnement (définie dans la remarque du § 1.1.3.2) : $(8/3) \rho_0 (X Y \pi)^{3/2}$,

k_{eq} la raideur équivalente du piston (définie par $k_{eq} = m \omega_0^2$; $m \omega_0$ étant la pulsation du piston sous vide),

k_a la raideur due à la compression d'air de la cavité ($k_a = \rho_0 c^2 S^2 / V$) = $\rho_0 c^2 X Y e$,

on peut déterminer la pulsation ω_0 à laquelle l'efficacité d'absorption du panneau sera maximale :

$$\omega_0 = \sqrt{\frac{k_{eq} + k_a}{m + m_r}}$$

Le maximum d'absorption dépend essentiellement de la résistance d'amortissement du système piston-cavité (r , sous forme réduite) et vaut :

$$\alpha_0 = \frac{4r}{(r+1)^2}$$

Le piston sera d'autant plus absorbant que sa résistance d'amortissement sera proche de $\rho_0 c S$ ($r = 1$ correspond à $R_m = \rho_0 c S$).

On est bien en présence d'un phénomène d'absorption sélective car α décroît au fur et à mesure que ω s'éloigne de ω_0 .

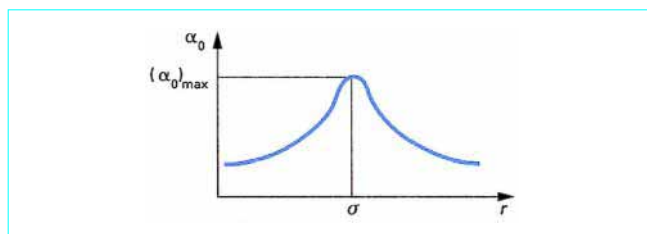


Figure 6 – Variation de la valeur maximale du coefficient d'absorption d'un matériau avec sa résistance réduite

La sélectivité est d'autant plus grande que r est plus faible. Il en résulte que plus on amortit un diaphragme plus sa bande active d'absorption s'élargit et plus son efficacité décroît.

Exemple : un panneau (1 m × 0,667 m) de contreplaqué de 1 cm d'épaisseur a pour constantes :

$E = 5,5 \cdot 10^9$ Pa, $\rho_m = 600$ kg/m³, $\sigma = 0,07$, $B = 460,4$ N · m et $\rho_s = 6$ kg/m².

Sa fréquence de résonance sous vide est de 45 Hz.

On le monte en diaphragme « posé » à 5 cm d'une paroi rigide.

On peut donc évaluer :

— sa raideur acoustique : $k_a = \frac{1,4 \cdot 10^5 \times 0,667}{0,05} = 1,87 \cdot 10^6$ N · m⁻¹ ;

— sa masse : $m = \rho_s S = 6 \times 0,667 = 4$ kg ;

— sa raideur propre : $k_{eq} = m (\omega_0)^2 = 3,2 \cdot 10^5$ N · m⁻¹ ;

— sa masse de rayonnement : $\frac{8\rho_0(S)^{3/2}}{3} = 0,29$ kg.

Le maximum d'efficacité d'absorption se situera autour de la fréquence :

$$f_0 = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{3,2 \cdot 10^5 + 1,87 \cdot 10^6}{4 + 0,29}} = 114 \text{ Hz}$$

À cette fréquence, la longueur d'onde est d'environ 3 m et $X_1(2 k_a) = 0,63$ ce qui se situe un peu au-dessus de la limite de l'approximation consentie sur m_r et conduira à une fréquence théorique légèrement plus basse.

Si l'on peut régler sa résistance d'amortissement à la valeur $R_0 = 410 \times 0,667 = 273$ N · s · m⁻¹ son coefficient d'absorption théorique sera de 1 à 114 Hz et de 0,5 à 124 Hz. Le panneau se comporte donc comme un résonateur très sélectif, ce qui n'est jamais le cas en pratique car les causes d'amortissement sont multiples : dissipation structurelle, fuites entre le panneau et les tasseaux, joints de raccords, etc.

Pour se rapprocher d'une situation plus réaliste, on peut attribuer une résistance de 10^3 N · s · m⁻¹ au diaphragme précédent. La variation fréquentielle théorique de son coefficient d'absorption prend alors l'allure de la courbe **a** de la figure 7.

1.1.5.2 Résonateurs de Helmholtz

Pour le résonateur de Helmholtz à col encastré (de rayon a et de longueur ℓ) les relations définies précédemment s'appliquent également à condition de prendre :

$$N = 1; \quad \sigma = \frac{\pi a^2}{S}; \quad m = \rho_0 \ell \pi a^2; \quad m_r = 8 \rho_0 a^3 / 3$$

$$k_m = 0; \quad k_a = \rho_0 c^2 \frac{(\pi a^2)^2}{V}$$

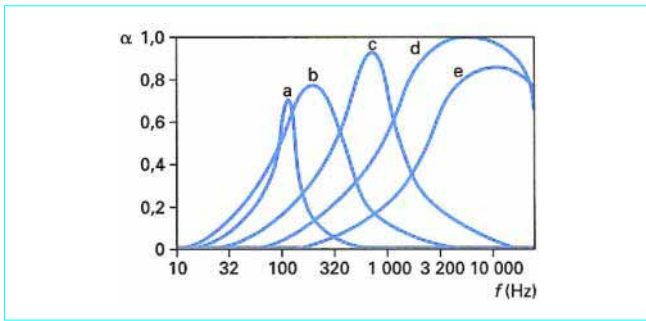


Figure 7 – Variation théorique des coefficients d'absorption des cinq matériaux décrits au paragraphe 1.1.5

La pulsation propre du résonateur est alors :

$$\omega_0 = c \sqrt{\frac{\pi a^2}{V(\ell + 8a/3\pi)}}$$

Exemple : une paroi constituée de parpaings creux, dont les cavités de $1\,500\text{ cm}^3$ communiquent avec l'extérieur par un orifice de 12 cm^2 , peut être étudiée prévisionnellement à l'aide du modèle suivant :

$$a = 2\text{ cm} ; \ell = 2a ; V = 1,5\text{ L}$$

Ces valeurs laissent prévoir une pulsation de résonance voisine de :

$$\omega_0 = c \sqrt{\frac{a}{0,9V}} = 1\,300\text{ rad} \cdot \text{s}^{-1} \text{ soit } f_0 = 208\text{ Hz}$$

Pendant α_0 dépend ici de σ ; ainsi pour $\sigma = 0,1$, on aurait :

$$\alpha_0 = \frac{0,4r}{(r + 0,1)^2}$$

En l'absence de matériau absorbant dans le résonateur ($r = 0$) on voit que l'atténuation serait négligeable et le résonateur inefficace.

L'absorption sera maximale pour $r = \sigma$, c'est-à-dire $R_e = \rho_0 c \pi a^2 \sigma = 0,05\text{ N} \cdot \text{s} \cdot \text{m}^{-1}$.

La courbe b de la figure 7 donne un exemple de la réponse en fréquence de ce type d'absorbant pour $\sigma = 0,1$ et $R_e = 0,15\text{ N} \cdot \text{s} \cdot \text{m}^{-1}$.

1.1.5.3 Panneaux perforés

Un panneau perforé d'épaisseur h situé à une distance e d'une paroi (cf. figure 17) est défini par le nombre de trous par unité de surface : $n = N/S$ et le pourcentage de perforation : $N\pi a^2/S$ c'est-à-dire σ .

On a, comme dans le cas précédent : $m = \rho_0 h \pi a^2$; $k_m = 0$;

$$m_r = 8\rho_0 a^3/3 \text{ et } k_a = \frac{N\rho_0 c^2 (\pi a^2)^2}{Se}$$

Le panneau est supposé indéformable et Se/N représente le volume situé derrière chaque trou.

Dans ces conditions, la pulsation d'efficacité maximale vaut :

$$\omega_0 = \sqrt{\frac{N\pi a^2}{S} \frac{\rho_0 c^2 \pi a^2}{e(\rho_0 h \pi a^2 + 8\rho_0 a^3/3)}} = c \sqrt{\frac{\sigma}{e[h + (8a/3\pi)]}}$$

Le maximum d'absorption est obtenu lorsque R_0 se rapproche de $\sigma \rho_0 c S$ (ou R_e de $\sigma \rho_0 c \pi a^2$).

Exemple : un panneau de 10 mm d'épaisseur dont le taux de perforation est de 10 % ($a = 2\text{ mm}$; $n = 8\,000\text{ trous/m}^2$) est placé à 5 cm d'une paroi rigide.

Sa fréquence d'absorption maximale devrait se situer aux alentours de :

$$f_0 = \frac{340}{2\pi} \sqrt{\frac{0,1}{0,05[0,01 + (8 \times 0,002/3\pi)]}} = 707\text{ Hz}$$

Pour obtenir un maximum de sélectivité à cette fréquence il faudra que la résistance propre de chaque orifice (R_e) tende vers $5 \cdot 10^{-4}\text{ N} \cdot \text{s} \cdot \text{m}^{-1}$.

À l'inverse, une résistance de $5 \cdot 10^{-3}\text{ N} \cdot \text{s} \cdot \text{m}^{-1}$ limiterait le coefficient d'absorption à une valeur de 0,33.

La courbe c de la figure 7 donne la courbe d'absorption théorique de ce type de matériau dans une configuration définie par ;

$$R_e = 10^{-3}\text{ N} \cdot \text{s} \cdot \text{m}^{-1} \text{ et } \sigma = 0,1$$

1.1.5.4 Matériaux poreux à texture rigide et pores ouverts

Ce type de matériau peut être modélisé (ou réalisé) à partir d'un panneau rigide percé d'un grand nombre de capillaires (plaque multi-perforée).

L'impédance acoustique de chaque capillaire étant [1] :

$$\frac{8\eta h}{\pi a^4} + j \frac{4\rho_0 h}{3\pi a^2} \omega$$

on en déduit : $R_e = 8\pi \eta h$; $m = (4/3)\rho_0 h \pi a^2$.

Par ailleurs, on a toujours : $m_r = (8/3)\rho_0 a^3$ (ou $16/3)\rho_0 a^3$ s'il y a lieu de tenir compte du rayonnement arrière.

Comme $k_m = k_a = 0$, l'absorption ne présente pas de maximum et reste constante dans la limite de validité des relations établies c'est-à-dire : $f < 4 \cdot 10^{-6}/a^2$ (qui correspond à la fréquence limite de 4 500 Hz pour les expressions donnant m et R_0) et $ka \ll 1$ qui est vérifié sur toute la bande audible.

Exemple : une plaque d'épaisseur $h = 2\text{ mm}$, percée de $2,8 \cdot 10^4$ capillaires au cm^2 (rayon $a = 30\text{ }\mu\text{m}$) aura un coefficient de porosité $\sigma = 0,8$

$$R_m = 9,35 \cdot 10^{-7}\text{ N} \cdot \text{s} \cdot \text{m}^{-1} \rightarrow r = 0,81$$

$$m = 9,12 \cdot 10^{-12}\text{ kg} \text{ et } m_r = 9,2 \cdot 10^{-14}\text{ kg} \rightarrow x = 8 \cdot 10^{-6} \omega$$

La courbe d de la figure 7 donne l'allure de la réponse en fréquence de ce type de matériau.

1.1.5.5 Matériaux poreux à texture rigide et pores fermés

Ces matériaux ne se distinguent des précédents que par le fait que les capillaires sont fermés en $x = h$ (au lieu d'être ouverts).

On démontre [1] [ou relation (13)] que la fermeture ajoute un terme de raideur (k_a) à l'impédance et divise les termes d'inertie et d'amortissement par un facteur 3, d'où :

$$R_e = \frac{8}{3}\pi \eta h ; m = \frac{4}{9}\rho_0 h \pi a^2 ; m_r = \frac{8}{3}\rho_0 a^3$$

$$\text{et } k_a = \rho_0 c^2 \frac{\pi a^2}{h}$$

on retrouve alors un maximum d'absorption correspondant à :

$$f_0 = \frac{c}{2\pi} \sqrt{\frac{9}{4h(h + 6a/\pi)}}$$

mais ce maximum ne donne pas lieu à un phénomène de sélectivité fréquentielle dans la bande audible compte tenu de la valeur trop élevée de f_0 .

Exemple : en collant la plaque multiperforée de l'exemple précédent contre une paroi rigide, on obtient :

$$R_e = 3,1 \cdot 10^{-7} \text{ N} \cdot \text{s} \cdot \text{m}^{-1} \rightarrow r = 0,27$$
$$m + m_r = 3 \cdot 10^{-12} \text{ kg} \text{ et } k_g = 0,2 \text{ N} \cdot \text{m}^{-1} \rightarrow x = 2,7 \cdot 10^{-6} \omega - 1,7 \cdot 10^5 / \omega$$

la fréquence propre est rejetée au-delà de spectre audible (40 kHz), ce qui entraîne une courbe de réponse dont l'allure est celle de la courbe e de la figure 7.

1.1.5.6 Tableaux récapitulatifs

Le tableau 1 regroupe les différentes formes que peut prendre la relation (9) selon la nature du matériau utilisé.

Le tableau 2 montre le mode de détermination des coefficients d'absorption, sous incidence normale, des cinq formes de matériaux

utilisés à titre d'exemple et la figure 7 définit leur zone fréquentielle d'efficacité maximale.

1.2 Étude et traitement des caractéristiques d'absorption d'une salle

1.2.1 Optimisation de l'acoustique d'une salle (traitement interne)

L'amélioration de la qualité d'écoute dans une salle comprend deux aspects qui, malgré leur interdépendance, peuvent être abordés séparément :

- la définition d'une qualité sonore ;
- la réduction du bruit.

Tableau 1 – Calcul de la pulsation propre de divers types de matériaux utilisés en absorption de paroi						
	m	m_r	k_m	k_a	Pulsation d'efficacité maximale	Amortissement
Panneau fléchissant	$\rho_s S$	$\frac{c S X_1}{\omega}$	k_{11}	$\frac{\rho_0 c^2 S}{e}$	$\sqrt{\frac{k_{11} e + \rho_0 c^2 S}{m [1 + (\rho_0 c X_1 / \omega \rho_s)]}}$	Sélectivité maximale pour $R_m = \rho_0 c \pi a^2$
Résonateur d'Helmholtz	$\rho_0 \ell \pi a^2$	$\frac{8}{3} \rho_0 a^3$	0	$\frac{\rho_0 c^2 (\pi a_2)^2}{V}$	$\sqrt{\frac{\pi a^2}{V [\ell + (8a/3\pi)]}}$	Sélectivité maximale pour $R_m = \rho_0 c \pi a^2 \sigma$
Panneau perforé	$\rho_0 h \pi a^2$	$\frac{8}{3} \rho_0 a^3$	0	$\frac{N \rho_0 c^2 (\pi a_2)^2}{S e}$	$\sqrt{\frac{\sigma}{e [h + (8a/3\pi)]}}$	Sélectivité maximale pour $R_m = \rho_0 c \pi a^2 \sigma$
Matériau poreux ouvert	$\frac{4}{3} \rho_0 h \pi a^2$	$\frac{8}{3} \rho_0 a^3$	0	k_r	$\sqrt{\frac{3 k_r}{4 \rho_0 a^2 (\pi h + 2a)}}$	Valeur imposée $R_m = \frac{8}{3} \pi \eta h$
Matériau poreux fermé	$\frac{4}{9} \rho_0 h \pi a^2$	$\frac{8}{3} \rho_0 a^3$	0	$\rho_0 c^2 \frac{\pi a^2}{h}$	$\sqrt{\frac{9}{4 h [h + (6a/\pi)]}}$	Valeur imposée $R_m = \frac{8}{3} \pi \eta h$

Tableau 2 – Caractéristiques des cinq matériaux étudiés au paragraphe 1.1.5									
	σ	R_e	m_e	k_e	$\rho_0 \pi a^2$	x	f_0 (Hz)	r	α_{\max}
Panneau fléchissant	1	1 000	4,29	$2,19 \cdot 10^{-6}$	273	$0,1 f - \frac{1\,277}{f}$	114	3,66	0,67
Résonateur d'Helmholtz	0,1	0,15	$8 \cdot 10^{-5}$	134,4	0,515	$9,71 \cdot 10^{-4} f - \frac{41,5}{f}$	208	0,3	0,75
Panneau perforé	0,1	10^{-3}	$1,78 \cdot 10^{-7}$	3,52	$5,15 \cdot 10^{-3}$	$2,17 \cdot 10^{-4} f - \frac{108,8}{f}$	707	0,2	0,88
Matériau poreux ouvert	0,8	$9,3 \cdot 10^{-7}$	$9,2 \cdot 10^{-12}$	(1)	$1,16 \cdot 10^{-6}$	$5 \cdot 10^{-5} f - \frac{1,4 \cdot 10^5}{f}$	5 k	0,81	1
Matériau poreux fermé	0,8	$3,1 \cdot 10^{-7}$	$3 \cdot 10^{-12}$	0,2	$1,16 \cdot 10^{-6}$	$1,7 \cdot 10^{-5} f - \frac{2,74 \cdot 10^4}{f}$	40 k	0,27	0,75

(1) Valeur résiduelle. Pour donner un aspect réaliste à la courbe, on prendra arbitrairement $k_e = 1 \text{ N} \cdot \text{m}^{-1}$

1.2.1.1 Qualité du message sonore

L'optimisation du signal délivré dans une salle n'a de sens que si un faisceau de critères a été préalablement défini. Ces critères, basés sur un certain nombre d'évaluations subjectives, sont tributaires de la nature de la salle, de sa forme, de ses dimensions et surtout de sa finalité.

Même dans les situations où sa finalité est spécifique, une salle peut être jugée très différemment selon les groupes d'auditeurs (un même studio peut paraître agréable aux spectateurs et pénible aux musiciens).

On parle de convergences consensuelles à chaque fois que l'appréciation des sujets d'un même groupe converge globalement vers une même conclusion et que celle-ci peut être attribuée à une cause physique clairement identifiable sur la base de références préétablies.

À l'inverse, les divergences qui apparaissent au sein de ce groupe doivent être, le plus souvent, attribuées à des variations inter-individuelles d'origine culturelle, conditionnelle, ou perceptive.

Les différences intra-individuelles (variabilité d'un même sujet d'un jour à l'autre) sont également à prendre en compte. Elles peuvent être dues à de multiples facteurs parmi lesquels on peut citer : une trop grande subjectivité (jugement ou « feeling »), un déséquilibre psychophysiologique (stress, fatigue, manque de concentration) ou un changement de références (écoute d'une œuvre dont on connaît parfaitement toutes les composantes mais dans un autre contexte).

L'une des principales difficultés que l'on rencontre dans la hiérarchisation des critères est due au fait qu'une même destination (musique classique par exemple) peut donner lieu à des appréciations très divergentes (temps de réverbération optimal) et il est clair qu'aucun critère ne peut intégrer ces formes de divergences individuelles.

Cependant, la salle ne peut être traitée qu'en fonction des paramètres dont l'importance a été reconnue au moins statistiquement et cet effet de moyenne conduit à privilégier tous les critères d'homogénéité.

C'est le cas, par exemple, du temps de réverbération dont la valeur absolue est presque toujours moins importante que l'équilibre des valeurs relatives dans chaque bande de fréquence. Bien qu'une réverbération colorée puisse être agréable (au moins à court terme et pour un certain nombre d'individus), il est toujours préférable de privilégier l'homogénéité de la répartition fréquentielle du T_R , même si ce choix doit se faire au détriment de sa valeur absolue.

Il en résulte que le fil conducteur d'une étude de traitement de salle doit rester orienté sur l'idée qu'un T_R différent de sa valeur optimale (dans une limite de $\pm 20\%$), mais respectant les conditions d'équilibre spectral, est toujours préférable à un T_R proche de sa valeur optimale, mais présentant des émergences fréquentielles.

Exemple : pour une salle dont le T_R présente l'allure de la courbe II de la figure 8 le traitement de la zone résonnante située aux environs de 500 Hz aura pour effet :

- de lisser la réponse en fréquence, ce qui améliore la qualité globale du signal (même si le T_R doit sortir de son « gabarit ») ;
- de réduire le niveau de bruit à moindre coût puisque le traitement ne porte que sur une partie très limitée du spectre.

1.2.1.2 Réduction du bruit

Si les problèmes d'optimisation du T_R concernent principalement les salles à vocation culturelle (concert, théâtre, conférences, etc.), il serait imprudent de sous-estimer leur impact dans les locaux à usage professionnel (bureaux, commerces, industrie). Si aujourd'hui encore le critère prioritaire reste la réduction du niveau de bruit il faut reconnaître que les problèmes de qualité sont de mieux en mieux posés notamment en termes de sécurité (intelligibilité des messages), communication (échanges conversationnels), diagnostic (changement de comportement d'une machine), pénibilité (maux de tête induits par certaines composantes spectrales), etc.

Il est clair que, tant que les problèmes prioritaires de nuisance sonore ne sont pas résolus, ces aspects restent secondaires et ne peuvent pas être pris en compte de façon efficace.

Toutefois il ne faut pas perdre de vue le fait qu'il y a convergence des moyens techniques pour le traitement du signal et du bruit et que l'on ne se trouve que très rarement confronté à des situations de compromis entre ces deux contraintes.

1.2.2 Méthodes de traitement interne

La méthode générale de traitement peut être illustrée à l'aide de l'exemple de la figure 9 représentant l'analyse par bandes d'octave du T_R d'une salle de 250 cm³ dont la surface des parois est de 300 cm².

Le tracté obtenu, qui pourrait, pour une analyse plus fine, être décomposé en tiers d'octaves, met en évidence la nécessité de traiter en priorité les bandes centrées sur 125 et 1 000 Hz.

Une tentative de réduire l'atténuation autour de 500 Hz doit également être envisagée.

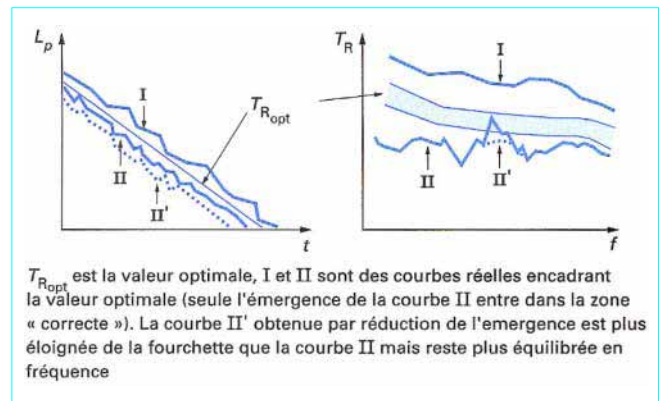


Figure 8 – Représentations temporelle et fréquentielle de la durée de réverbération

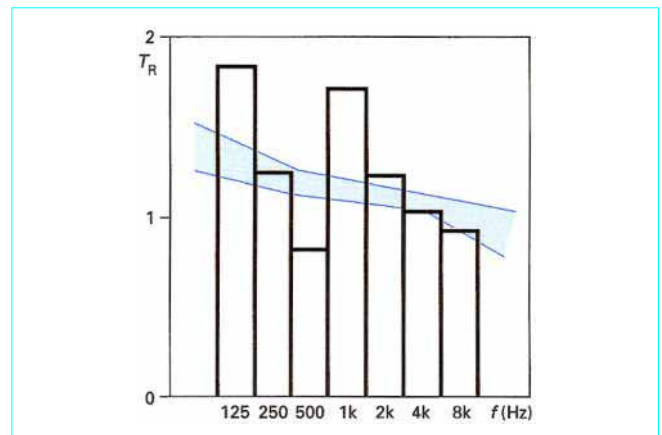


Figure 9 – Analyse du T_R par des bandes d'octave et comparaison avec la répartition spectrale optimale (en bleu) correspondant à une destination donnée

Dans une première étape tous les calculs doivent être effectués en unités Sabine. Il est évident que, dans la recherche d’une homogénéité de la répartition, les autres modèles (Eyring, Fitzroy...) n’apporteraient rien, sinon des complications inutiles.

Seul l’ajustement final du T_R global pourra faire appel à des méthodes plus élaborées.

■ Méthode

On décompose la surface totale des parois de la salle en deux parties $S = S_0 + S_M$.

S_0 est la superficie intouchable (surface déjà traitée, décors, ouvertures, vitrages, chauffage-ventilation, etc).

S_M est la surface sur laquelle il est matériellement possible d’effectuer le traitement.

On peut également, si nécessaire, définir le nombre de personnes correspondant à une occupation moyenne de la salle et introduire un facteur Δa représentant le supplément moyen d’absorption dû à la présence d’une personne.

1.2.2.1 Première phase : calcul du coefficient d’absorption optimal

a) On détermine, pour chaque bande d’octave, l’absorption Sabine correspondant aux valeurs mesurées en salle vide :

$$A_i = 0,16V/T_{R_i}$$

b) On modélise la valeur trouvée en décomposant :

$$A_i = S_0 \alpha_0 + S_M \alpha_0$$

On ajoute $N\Delta a$ dans le cas où N personnes étaient présentes lors de la mesure.

On en déduit α_{0i} le coefficient moyen d’absorption de la salle vide.

Si on connaît l’absorption des matériaux recouvrant S_M , on peut directement évaluer $A_0 = S_0 \alpha_0$ et $A_M = S_M \alpha_{0M}$.

c) On évalue la différence $\Delta A_i = A_{i_{opt}} - A_i$ et l’on trace la courbe correspondante (figure 10).

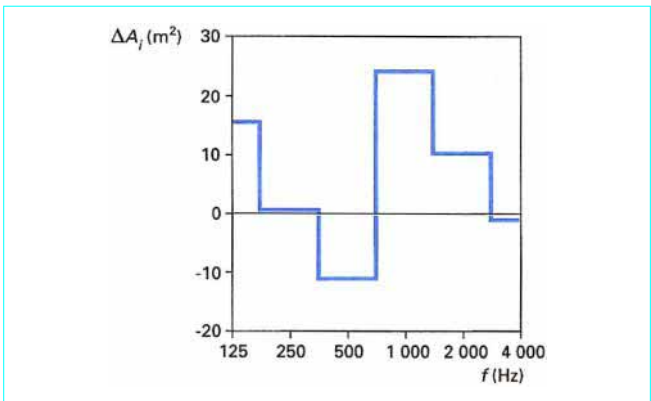


Figure 10 – Analyse, par bandes d’octaves, des écarts d’absorption par rapport aux valeurs optimales évalués à partir des tracés de la figure 9

d) On en déduit la valeur idéale α_{M_i} que devrait avoir le matériau recouvrant S_M :

$$\alpha_{M_i} = \alpha_0 + \Delta A_i/S_M$$

Dans l’exemple précédent, cette première phase conduit au tableau 3 établi dans l’hypothèse où la surface disponible (S_M) est de 75 m².

Tableau 3 – Détermination de l’efficacité spectrale du coefficient d’absorption du matériau idéal pour le traitement complémentaire						
Fréquence	125 Hz	250 Hz	500 Hz	1 000 Hz	2 000 Hz	4 000 Hz
T_{R_i}	2,5	1,17	0,77	2,67	1,43	1,25
A_i	16	35	52	15	28	32
α_{0_i}	0,053	0,117	0,173	0,05	0,093	0,107
A_{opt}	33	36	40	40	40	42
ΔA_i	17	1	– 12	25	12	10
$2\Delta A_i/S$	0,027	0,013	– 0,16	0,333	0,16	– 0,133
α_M	0,277	0,130	0,013	0,383	0,253	0,24

1.2.2.2 Deuxième phase : obtention théorique du T_R optimal

Une fois déterminé le profil à donner au coefficient d’absorption, on détermine les matériaux les mieux adaptés au cahier des charges.

Ce choix s’effectue selon plusieurs critères dont les principaux sont les suivants :

■ Principes physiques mis en jeu

L’étude conduite dans ce paragraphe 1 a montré qu’il existait une relation étroite entre la nature du matériau et la bande de fréquence à traiter.

Il est clair que dans l’exemple de la figure 10 l’antirésonance à 500 Hz impose un traitement très sélectif des bandes centrées sur 125 et 1 000 Hz, ce qui oriente les choix vers les diaphragmes ou des résonateurs très peu amortis pour la première, et vers les panneaux perforés ou des minirésonateurs pour la seconde.

■ Place disponible

Quand on part d’une situation existante, on dispose d’une marge de manœuvre plus réduite que lors d’une construction initiale. Le cahier des charges doit prendre en compte le fait que les usagers acceptent difficilement une réduction de leur espace habitable et il est évident qu’un résonateur de Helmholtz accordé sur 100 Hz occupe plus de place qu’un diaphragme réglé sur la même fréquence.

■ Compatibilité du matériau choisi avec l’activité du local

Cette contrainte tombe sous le sens dans la plupart des situations d’usage courant et il n’est pas toujours nécessaire d’avoir recours à une réglementation précise pour prendre les mesures adéquates. Tous les praticiens savent pertinemment éviter les matériaux fragiles pour les salles « tout public » ou les lieux exposés aux intempéries, les matériaux lourds dans les avions, les plastiques près des sources de chaleur, etc.

Nota : ces deux dernières contraintes montrent, au passage, la supériorité des matériaux microperforés sur la laine minérale.

■ Hygiène et sécurité

Les règles élémentaires d’hygiène et de sécurité interdisent un grand nombre de combinaisons comme, par exemple, l’emploi d’un matériau poreux dans une salle qui doit être nettoyée chaque jour

ou l'utilisation d'un matériau à combustion toxique dans un lieu public ; mais là encore, bien que les pouvoirs publics soient assez vigilants sur ce chapitre, certains choix relèvent davantage du bon sens que de la réglementation.

■ Coût

Contrairement aux impératifs précédents qui peuvent être respectés moyennant un minimum de rigueur et de bon sens, les critères d'optimisation des coûts ne sont pas toujours évidents et la pratique professionnelle veut que l'on préfère souvent mettre en œuvre un matériau que l'on connaît bien (et dont on peut garantir les résultats) que de prendre le risque de rechercher une solution plus adaptée. Celle-ci peut se révéler moins coûteuse si elle fonctionne du premier coup, mais devenir hasardeuse si le temps passé à sa mise au point devient trop important.

Il faut cependant rester prudent sur le fait que les choix intuitifs ne sont pas nécessairement les plus économiques et que seule une sérieuse étude préliminaire comparative peut conduire dans la bonne direction.

Cette préparation doit prendre en compte toutes les solutions techniquement acceptables et tous les coûts qui en résultent : matériaux, poses et déposes, et surtout les temps de mise au point, d'adaptation et d'ajustement.

La hiérarchie des contraintes varie d'une utilisation à l'autre : si pour une salle de théâtre le critère de sécurité prime sur tous les autres, celui du coût peut, dans certaines entreprises en situation financière précaire, devenir l'élément de décision prioritaire.

C'est la raison pour laquelle la connaissance des principes actifs d'absorption doit être assez bien maîtrisée pour assurer une réelle optimisation des processus et une gestion correcte des inévitables compromis.

De façon générale on doit commencer cette seconde phase par la hiérarchisation des critères. Ce travail effectué, il est alors possible de choisir les matériaux compatibles et de « modéliser » la courbe de réponse fréquentielle.

Dans l'**exemple** de référence, le cahier des charges se compose de :

- salle de conférence (50 places) ;
- tout public ;
- peinture obligatoire.

On obtient comme critères prioritaires :

- sécurité (matériaux de classe 1) ;
- revêtements muraux acceptant la peinture sans modification de leur coefficient α ;
- pas de laines minérales (sinon derrière un élément totalement fermé) ;
- acoustique pas trop dépendante du nombre de personnes (traitement des sièges et du sol) ;
- ventilation insonorisée ;
- bruit de fond faible.

En dehors de ces impératifs, les difficultés majeures que l'on doit s'attendre à rencontrer sont liées aux irrégularités de la courbe optimale de rattrapage (ΔA_i). Plus les écarts entre deux bandes de fréquences voisines sont importants, plus il faudra être vigilant sur la sélectivité du matériau.

C'est ainsi que dans l'exemple proposé, le choix peut s'orienter vers des panneaux fléchissants peu amortis pour le traitement des fréquences basses et des panneaux rigides perforés accordés sur 1 000 – 2 000 Hz pour les fréquences élevées. Plus les matériaux seront sélectifs, plus ou aura de chances d'éviter d'augmenter l'absorption de la bande centrée sur 500 Hz.

Après une première estimation des coefficients d'absorption de chacun de ces matériaux, la dernière partie du travail préparatoire consiste à déterminer les surfaces respectives à leur donner.

La recherche directe d'un matériau possédant les valeurs optimales du tableau 4 est le plus souvent illusoire. Dans le cas présent, on obtiendrait facilement les coefficients souhaités à 125 Hz avec du

contreplaqué, ou à 1 000 Hz avec du plâtre perforé, mais ces matériaux ne présentent pas nécessairement une sélectivité fréquentielle suffisante pour ne pas agir également dans la bande d'octave centrée sur 250 ou 500 Hz et il sera probablement préférable de s'orienter vers des plaques perforées.

Tableau 4 – Valeurs des coefficients d'absorption à donner aux matériaux devant entrer dans la composition finale

Fréquence	125 Hz	250 Hz	500 Hz	1 000 Hz	2 000 Hz	4 000 Hz
α_{opt}	0,28	0,13	0,01	0,383	0,253	0,24
$\alpha_{m_1} = \alpha_{PF}$	0,75	0,12				
$\alpha_{m_2} = \alpha_{PP_1}$			0,12	0,75	0,25	0,12
$\alpha_{m_3} = \alpha_{PP_2}$				0,25	0,63	0,6
PF : panneau fléchissant PP : panneau perforé						

La dernière partie consiste à déterminer les surfaces respectives à donner à chacun des matériaux. Ce calcul peut s'avérer être d'une accessibilité très variable : d'une simplicité extrême dans certaines configurations, il peut atteindre un degré de complexité inattendue s'il est mal conduit.

Il est clair que l'application directe des relations :

$$A_{opt_i} = S_0\alpha_0 + S_1\alpha_{m_1} + S_2\alpha_{m_2} + S_3\alpha_{m_3}$$

pour chacune des 6 bandes d'octave concernées, conduirait à un système de 6 équations à 3 inconnues faisant appel à des méthodes de résolution par moindres carrés mal adaptées à la dernière phase de l'opération (ajustement du modèle). C'est la raison pour laquelle les approches graphiques sont toujours préférables, au moins dans un premier temps.

C'est ainsi que le tracé, sur un même repère, des courbes d'absorption de chaque matériau paramétrées par une fraction de la surface à traiter (S_M est décomposé arbitrairement en N intervalles égaux) permet d'approcher rapidement les valeurs optimales d'absorption recherchée.

En posant :

$$a_j = \frac{S_{mj}}{N} \alpha_{mj} \quad (j = 1, 2, 3)$$

on obtient un réseau de courbes paramétrées par a_j qui permet de déterminer *visuellement* les coefficients à donner, *a priori*, à chacune des surfaces pour obtenir la répartition souhaitée.

Dans l'**exemple** précédent, le tracé des courbes établies en prenant $S_{mj} = S_m/7,5$ (soit 10 m²) donne respectivement : 2,2 pour a_1 , 3 pour a_2 et 1,5 pour a_3 , ce qui correspond aux surfaces partielles :

$$S_{m_1} = 22 \text{ m}^2, S_{m_2} = 30 \text{ m}^2 \text{ et } S_{m_3} = 15 \text{ m}^2 \text{ (figure 11)}.$$

Le tableau 5 donne les valeurs prévisionnelles relatives du T_R données par le traitement correctif décrit au paragraphe 1.2.2.

On remarque qu'ici il n'est pas nécessaire de traiter toute la surface disponible ($S_{m_1} + S_{m_2} + S_{m_3} = 67 \text{ m}^2$ seulement sur les 75 autorisés), mais il peut également arriver que la somme des surfaces partielles dépasse la surface accessible ce qui conduit à chercher une solution plus complexe faisant appel à des lois de combinaisons.

Dans le cas présent, une surface totale disponible de 50 m² obligerait à rechercher une solution du type panneau fléchissant perforé avec deux diamètres de trous, double paroi ou structure en nids d'abeilles.

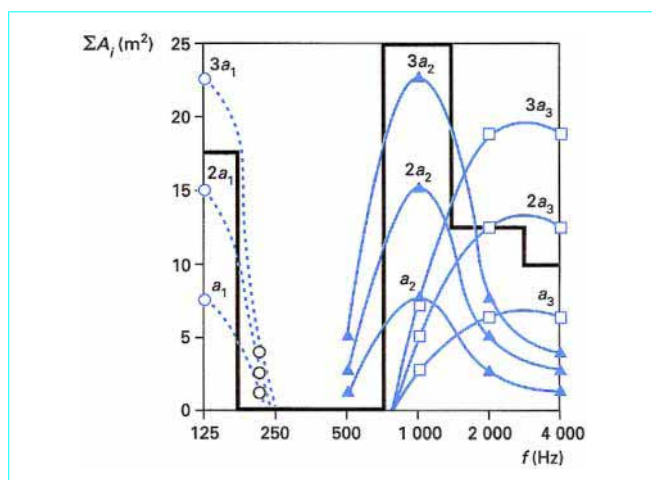


Figure 11 – Détermination graphique des surfaces respectives à donner aux trois matériaux choisis pour le traitement correctif final du T_R de la salle de la figure 9

Tableau 5 – Valeurs prévisionnelles du T_R

Fréquence	125 Hz	250 Hz	500 Hz	1 000 Hz	2 000 Hz	4 000 Hz
2,2 a_1	16,5 m ²	2,8 m ²				
3 a_2			4 m ²	22,5 m ²	7,5 m ²	4 m ²
1,5 a_3				4 m ²	9,5 m ²	9 m ²
ΔA_F	16,5 m ²	2,8 m ²	4 m ²	11,8 m ²	21,9 m ²	25 m ²
(300–65) α_0	12,5	27,4	40,7	0,383	0,253	0,24
A_{total}	29 m ²	30,4 m ²	45 m ²	38 m ²	34 m ²	35 m ²
T_R final	1,38 s	1,31 s	0,9 s	1,05 s	1,18 s	1,14 s
Écart	+ 0,18 s	+ 0,21 s	- 0,1 s	+ 0,05 s	+ 0,18 s	+ 0,1 s

La difficulté réside alors :

- dans le réglage précis des fréquences d'accord de chaque système ;
- dans l'impossibilité de conserver la sélectivité fréquentielle des panneaux aux basses fréquences en raison de l'amortissement induit par les perforations (la largeur active de la bande centrée sur 125 Hz peut induire un excès d'absorption sur les zones voisines) ;
- dans la difficulté de trouver le bon équilibre des répartitions de la puissance absorbée entre les différentes régions du spectre.

1.2.2.3 Troisième phase : mise en pratique et ajustement

Une fois le modèle optimisé, la dernière phase consiste à réaliser le projet, effectuer les mesures, et ajuster les éléments mis en place pour obtenir le résultat final.

Concrètement, il n'est pas inutile, à chaque fois que la situation le permet, de conduire les mesures avant la fin du projet (après exécution de 80 % de la couverture totale).

Ceci permet de mettre à profit les 20 % de surface résiduelle pour affiner le travail ou pratiquer d'éventuels rattrapages.

Le choix et la proportion de surface de réserve dépendent évidemment de l'incertitude liée à chaque modèle.

Dans l'exemple proposé il est plus difficile de prévoir correctement les panneaux fléchissants que les plaques perforées. En revanche, le mode de fixation de ces panneaux peut permettre un « rattrapage » en cours de pose (cf. remarque du § 2.1.2) alors que les résonances des plaques perforées ne pourront plus être corrigées à moins de modifier leur distance à la paroi, ce qui implique leur dépose.

Enfin il convient de noter que l'ajustement des couvertures à surfaces séparées ($S_{m1} \neq S_{m2} \neq S_{m3}$) est plus simple à effectuer que celui des surfaces combinées ($S_{m1} = S_{m2}$ ou S_{m3}).

Il est en effet toujours plus facile de *mettre au gabarit* une courbe de réponse quand les éléments actifs sont indépendants que quand ils sont couplés.

C'est la raison pour laquelle les systèmes combinés doivent être réservés aux cas de fortes contraintes limitatives (en place notamment).

2. Matériaux utilisés pour le traitement interne des salles

Les cinq familles de matériaux étudiées dans cet article sont :

- les diaphragmes ;
- les résonateurs de Helmholtz ;
- les matériaux poreux à parois rigides ;
- les matériaux poreux à parois déformables ;
- les combinaisons des précédents.

2.1 Diaphragmes

Les diaphragmes agissent suivant le principe de l'oscillateur amorti (système masse-ressort) mais ils sont constitués, pour des raisons pratiques, de panneaux fléchissants c'est-à-dire de plaques de grandes dimensions susceptibles de vibrer en flexion, de préférence suivant leur mode fondamental.

Ces panneaux sont généralement disposés à une certaine distance des murs du local, de façon à créer une cavité arrière dont le but est double :

- introduire une raideur ajustable (coefficient k_a) permettant de régler la fréquence de résonance du panneau (f_0) ;
- disposer le matériau nécessaire à l'amortissement (réglage du terme R_m ou R_0).

La fréquence propre du panneau, dont on sait qu'elle correspond à un maximum d'absorption dépend :

- de la masse du panneau m ;
- de la masse équivalente de rayonnement m_r , qui est souvent négligeable devant la masse m ;
- du coefficient de raideur de la plaque k_m ;
- du coefficient de raideur de compression de l'air situé entre le mur et le panneau k_a .

Le coefficient d'absorption du panneau vibrant sur sa fréquence propre dépend de la résistance mécanique du diaphragme R_m ou de la résistance de charge interne. Il peut varier, dans une moindre mesure, en fonction de sa résistance de rayonnement externe R_r .

Il est indépendant de sa réactance mécanique car celle-ci est minimale au voisinage de sa fréquence propre.

2.1.1 Choix des conditions limites

En pratique, le calcul des diaphragmes repose sur un certain nombre de formules empiriques plus ou moins issues des équations théoriques simplifiées.

L'établissement de modèles théoriques corrects est tributaire du niveau de précision avec lequel les paramètres définis précédemment peuvent être déterminés.

Cette précision est facile à contrôler en ce qui concerne m et k_a ; m_r et R_r étant respectivement négligeables devant m et R_m , leur rôle est moins important.

Seuls k_m et R_m donnent lieu à une incertitude notable.

En effet R_m dépend de nombreux facteurs, tels que la charge acoustique arrière, tandis que k_m (et par conséquent la fréquence propre fondamentale de la plaque) reste tributaire du mode de fixation du panneau. Sa valeur théorique peut-être établie facilement par deux configurations :

le panneau **posé** et le panneau **encastré**.

Rappelons (cf. article *Vibrations* [A 410] dans le traité Sciences fondamentales) que la plaque dite posée est définie par une condition limite telle que son bord reste continuellement en contact avec son support mais dont l'inclinaison (pente à l'origine) peut varier de part et d'autre de la ligne de contact.

Mathématiquement cette condition s'écrit, pour une plaque de dimensions XY dont la déformée transversale est notée z (figure 12a) :

$$z = 0 \text{ en } x = 0, \text{ en } y = 0, \text{ en } x = X \text{ et en } y = Y$$

La condition d'encastrement correspond également à un déplacement nul sur le pourtour mais, à l'inverse de la plaque posée, la plaque encadrée possède une pente de déformation nulle au niveau de la ligne de contact avec son support.

Mathématiquement la condition d'encastrement (figure 12b) s'écrit :

$$z = 0 \text{ en } x = 0, \text{ en } y = 0, \text{ en } x = X \text{ et en } y = Y$$

$$\frac{\partial z}{\partial x} = 0 \text{ en } x = 0 \text{ et en } x = X$$

$$\frac{\partial z}{\partial y} = 0 \text{ en } y = 0 \text{ et en } y = Y$$

On conçoit intuitivement que, pour une même plaque, la condition d'encastrement va entraîner une plus grande raideur et, par conséquent, une fréquence propre plus élevée.

En pratique, il est clair qu'aucun mode de fixation ne peut permettre d'obtenir une condition strictement posée ni même strictement encadrée. Le support étant, le plus souvent, constitué de tasseaux de bois, déformables en torsion, le panneau peut prendre une certaine inclinaison. Ce « jeu » mécanique a pour conséquence l'existence d'une condition limite intermédiaire entre « pose » et « encastrement ».

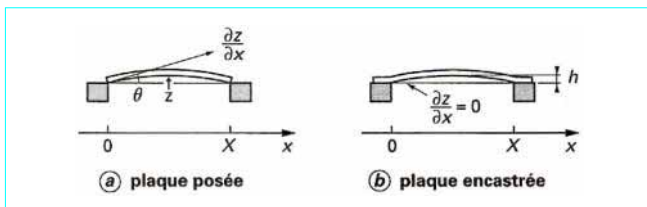


Figure 12 - Notations utilisées pour définir la déformée de mode fondamental de la plaque suivant l'axe Oz

Pour tenir compte de l'incertitude liée aux conditions limites de plaque, la démarche la plus rigoureuse consiste donc à prendre en compte les deux modèles « posé » et « encadré » et à admettre que les deux fréquences propres obtenues correspondent aux valeurs limites encadrant la valeur cherchée.

Pour des raisons à la fois théoriques (qui seront exposées au paragraphe 3.2.2) et pratiques, seul le mode fondamental (1,1) sera pris en compte dans l'étude des mécanismes d'absorption.

Dans le cas où l'on disposera de données complémentaires, on pourra affiner le modèle en introduisant un coefficient d'encastrement défini par :

$$\Gamma_{11} = \frac{\gamma_{11} - a_{11}}{b_{11} - a_{11}}$$

où $\gamma_{11} = \omega_{11} \sqrt{\rho_s B}$ le coefficient caractéristique du mode fondamental f_{11} ,

a_{11} le coefficient théorique de la plaque posée,

b_{11} le coefficient théorique de la plaque encadrée.

Les valeurs des coefficients a_{11} et b_{11} sont données dans l'annexe A (§ 4), mais on peut également prendre les valeurs numériques suivantes :

$$a_{11} = \pi^2 \left[\frac{1}{X^2} + \frac{1}{Y^2} \right] \text{ et } b_{11} \approx 22,385 \sqrt{\frac{1}{X^4} + \frac{1}{Y^4} + \frac{0,6}{X^2 Y^2}} \quad (11)$$

2.1.2 Calcul de la fréquence propre du panneau

Considérons un panneau rectangulaire de longueur X et de largeur Y , d'épaisseur h et de masse surfacique corrigée ρ_s placé à distance e de la paroi à traiter (e est donc l'épaisseur des tasseaux).

On admettra que le volume (XYe) situé entre le panneau et le mur est totalement fermé.

On notera :

- $z = \langle z(x,y) \rangle_{x,y}$ la **déformée moyenne** de la plaque ;
- ω_{11} sa **pulsation propre fondamentale** (celle que l'on obtiendrait « sous vide » en faisant vibrer la plaque sur son mode $m = n = 1$) ;
- k_{11} le **coefficient de raideur de la plaque** vibrant à la pulsation ω_{11} ;

• $k_a = \frac{\rho_0 c^2 XY}{e}$ le coefficient de raideur induit par la cavité arrière ;

- $\omega_0 = \sqrt{\frac{k_{11} + k_a}{\rho_s XY}}$ la pulsation propre du panneau monté en

diaphragme ;

- ρ_s la **masse surfacique corrigée** : $\rho_s = \rho_m h + 0,6 \sqrt{XY}$ (le facteur de correction traduit l'existence d'une masse de rayonnement).

Compte tenu des notions développées au paragraphe précédent, on admet que k_{11} est nécessairement compris entre deux valeurs :

$$(k_{11})_P = a_{11}^2 BXY \text{ qui représente la raideur du panneau posé ;}$$

et $(k_{11})_E = b_{11}^2 BXY$ qui représente la raideur du panneau encadré avec $B = \frac{Eh^3}{12(1-\nu^2)}$ module de flexion de la plaque,

ν coefficient de Poisson du matériau,

$a_{11} = \pi^2 \left(\frac{1}{X^2} + \frac{1}{Y^2} \right)$ coefficient caractéristique de la plaque posée vibrant suivant le mode (1,1),

b_{11} coefficient caractéristique de la plaque encadrée vibrant suivant le mode (1,1).

Il résulte de ces définitions que la fréquence propre fondamentale du diaphragme placé devant une paroi rigide est comprise dans la fourchette :

$$\frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{a_{11}^2 B + \rho_0 c^2 / e}{\rho_s}} < f_{01} < \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{b_{11}^2 B + \rho_0 c^2 / e}{\rho_s}} \quad (12)$$

La formule empirique $f_{01} \approx 600 / \sqrt{md}$ que l'on rencontre dans la plupart des ouvrages provient du fait que l'on néglige $a_{11}^2 B$ (ou $b_{11}^2 B$) devant $\rho_0 c^2 / e$, et que m correspond à une masse surfacique (en kg/m²) tandis que e , l'épaisseur de la lame d'air est exprimée en cm.

L'écriture correcte de l'expression simplifiée de f_{01} serait :

$$f_{01} = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{\rho_0 c^2}{\rho_s e}} = \frac{60}{\sqrt{\rho_s e}}$$

à ceci près qu'en pratique, la raideur du panneau est rarement négligeable devant celle de la lame d'air.

Exemple : soit un panneau de contreplaqué ($E = 5,5 \cdot 10^9 \text{ N} \cdot \text{m}^{-1}$; $\rho_m = 600 \text{ kg/m}^3$ et $\sigma = 0,07$) de dimensions telles que $X = 1,5 Y$. Ses constantes dynamiques sont : $B = 4,6 \cdot 10^8 \text{ h}^3$ et $\rho_s = 6 \text{ kg/m}^2$; $a_{11} X^2 = 32$ et $b_{11} X^2 = 61$

La fréquence propre du panneau monté en diaphragme est donc comprise entre :

$$\sqrt{2 \cdot 10^9 \frac{h^3}{X^4} + \frac{600}{e}} \text{ et } \sqrt{7 \cdot 10^9 \frac{h^3}{X^4} + \frac{600}{e}}$$

Ainsi pour un panneau rectangulaire de 1 m x 0,667 m, d'épaisseur $h = 10 \text{ mm}$, placé à 10 cm d'un mur on a :

$$\sqrt{2 \cdot 10^9 \cdot 10^{-6} + 6\,000} < f_{01} < \sqrt{7 \cdot 10^9 \cdot 10^{-6} + 6\,000}$$

soit $89 \text{ Hz} < f_{01} < 114 \text{ Hz}$.

Inversement, si l'on veut obtenir une fréquence maximale d'absorption à 180 Hz, on peut déterminer l'espacement à donner aux tasseaux en calculant une valeur moyenne f'_0 telle que :

$$f'^2_0 = \frac{2 \cdot 10^9 + 7 \cdot 10^9}{2} \frac{h^3}{X^4} + \frac{600}{e}$$

Soit ici ($h = 0,01$ et $e = 0,1$) : $f'^2_0 = \frac{4\,500}{X^4} + 6\,000 = 180^2$

On en tire $X = 0,64 \text{ m}$ et $Y = 0,43 \text{ m}$.

La fourchette théorique donnera alors :

$$134 \text{ Hz} < f'_{01} < 218 \text{ Hz}$$

Si l'on souhaite que le panneau soit accordé avec précision à une valeur comprise dans la fourchette donnée, il peut être judicieux de fixer légèrement les panneaux sur les tasseaux (nombre minimum de vis, serrage faible), de mesurer la fréquence obtenue et d'augmenter progressivement le serrage et le nombre de points de fixation jusqu'à ce que la valeur désirée soit atteinte.

De façon générale, il est souvent opportun de prendre en compte le fait qu'un tasseau étroit et en bois tendre rapproche le panneau des conditions « posées » tandis qu'un tasseau large en bois dur fait tendre le coefficient d'encastrement vers 1.

2.1.3 Amortissement optimal des diaphragmes

Certains bois possèdent des caractéristiques physiques telles qu'ils peuvent subir des déformations en flexion sans dissipation et sans hystérésis. Ils sont parfaitement élastiques.

L'utilisation d'un tel matériau comme diaphragme a pour conséquence une mise en jeu importante d'énergie purement réactive. Sous l'action d'une onde acoustique, le panneau oscille en échangeant son énergie avec le milieu extérieur, mais cet échange ne donne pas lieu à dissipation.

Par contre, son amplitude vibratoire est d'autant plus grande que la fréquence d'excitation est proche de sa fréquence propre et que le mouvement est moins amorti.

Le coefficient d'absorption d'un tel panneau est faible et le diaphragme ainsi obtenu est totalement inefficace.

En revanche, un panneau en aggloméré soumis à des contraintes de flexions provoque dans sa structure propre des phénomènes de dissipation qui peuvent donner lieu à une absorption non négligeable.

Malgré tout, cette dissipation structurelle est toujours insuffisante pour permettre au coefficient R_m d'atteindre sa valeur optimale. On l'accroît alors en disposant, à l'arrière, un matériau absorbant.

Le choix et la disposition de ce matériau doivent respecter un certain nombre d'impératifs :

- ne pas modifier fondamentalement le volume de la cavité (sauf si le calcul de ce volume a été pris en compte) ;
- permettre le passage de l'air entraîné par le panneau sans subir de déformations susceptibles d'introduire un terme d'inertie ;
- induire un effet de dissipation correspondant à la valeur optimale de $(\alpha_0)_{max}$.

Pour répondre à ces contraintes, on choisit généralement des plaques de laine minérale que l'on colle contre la paroi rigide.

Ce choix est justifié par plusieurs raisons dont la pertinence apparaîtra sur le modèle développé au paragraphe 2.1.3.1.

2.1.3.1 Impédance de charge d'un panneau fléchissant placé devant une cavité

Une première approche du comportement d'un panneau soumis à des ondes de pression basses fréquences peut être conduite à partir du modèle de la cavité cylindrique fermée par un diaphragme (figure 13).

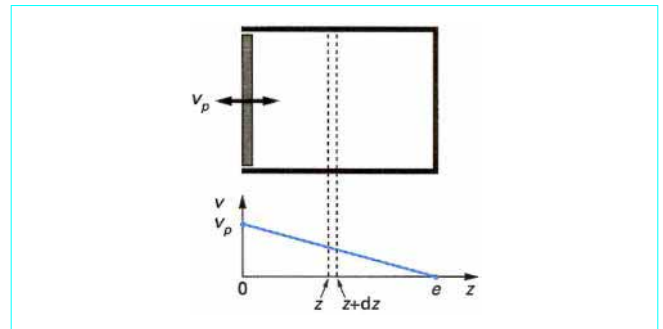


Figure 13 – Profil des vitesses dans une cavité fermée par une membrane (approximation basse fréquence)

L'impédance de charge interne étant, en toute rigueur, l'impédance ramenée du fond de la cavité, on peut écrire :

$$Z_{R_i} = \frac{\rho_0 c \pi a^2}{j \tan k e}$$

La condition de longueur d'onde grande devant les dimensions de la cavité étant toujours respectée, on peut développer $\tan k e$ au second ordre :

$$\tan k e \approx k e (1 + k^2 e^2/3)$$

d'où :

$$Z_{R_i} \approx -j \rho_0 c \pi a^2 \left(\frac{1 - k^2 e^2/3}{k e} \right) = j \left[\frac{1}{3} \rho_0 c \pi a^2 k e - \rho_0 c \frac{\pi a^2}{k e} \right]$$

ou encore
$$Z_{R_i} = j \left[\frac{m_a}{3} \omega - \frac{k_a}{\omega} \right]$$

m_a étant la masse totale d'air contenue dans la cavité et k_a la raideur induite par sa compression.

Cette approximation fait donc apparaître l'existence d'un terme d'inertie due au mouvement d'une partie de l'air entraîné par le piston.

Un résultat analogue aurait été obtenu en remarquant que l'air situé en contact avec la paroi se déplaçait avec une vitesse v_p tandis que « sur » le fond de la cavité sa vitesse restait nulle

$$E_c = \frac{1}{2} \int_0^e v_z^2 dm = \int_0^e v_z^2 \rho_0 \pi a^2 dz$$

Prenant en compte le fait que la longueur d'onde est grande devant e , on en déduit que la pression reste sensiblement homogène dans le tube.

Dans ce cas, la vitesse vibratoire d'une tranche d'air d'abscisse z est égale à :

$$v_z = \frac{p}{\rho_0 c} \tan k(e - z)$$

Dans ces conditions, l'énergie cinétique de l'air compris entre 0 et z peut être évaluée par l'intégrale :

$$E_c = \frac{1}{2} \rho_0 c \pi a^2 v_p^2 \int_0^e \tan^2 k(e - z) dz = \frac{1}{2} \rho_0 c \pi a^2 v_p^2 \frac{1}{k} [-\tan k e + k e]$$

ce qui permet d'écrire en développant :

$$\tan k e \approx k e + \frac{k e^3}{3} \quad (k e < 0,5)$$

$$W_r = E_c = \frac{1}{2} \rho_0 c \pi a^2 \frac{k^2 e^3}{3} \left(\frac{p}{\rho_0 c k e} \right)^2 = \frac{1}{2} \rho_0 \frac{\pi a^2 e}{3} v_p^2 = \frac{1}{2} \left[\frac{m_a}{3} \right] v_p^2$$

on retrouve bien $m_a/3$ comme masse équivalente due à la charge acoustique du piston.

Le même calcul peut être appliqué pour évaluer le coefficient d'atténuation.

En effet si R_s est la résistance acoustique spécifique de l'air dans un conduit de longueur e ouvert aux deux bouts, l'énergie dissipée par frottement dans le même conduit, fermé en $z = e$, aura pour expression :

$$W_r = \int_0^e \pi a^2 R_s v_z^2 \frac{dz}{e} = \frac{1}{3} \pi a^3 R_s v_p^2$$

On en conclut que, dans les limites de l'approximation basse fréquence, l'impédance de charge (ou de rayonnement interne) d'un piston placé devant une cavité ouverte a pour expression :

$$(Z_{R_i})_{CO} = S R_s + j m_a \omega$$

et que la fermeture de cette cavité (en $z = 0$) entraîne une modification de cette impédance :

$$(Z_{R_i})_{CF} = \frac{1}{3} S R_s + j \left(\frac{m_a}{3} \omega - \frac{k_a}{\omega} \right) \quad (13)$$

Ce résultat est primordial car il laisse prévoir l'importance de l'emplacement occupé par un matériau absorbant situé derrière un panneau.

Si le matériau ne remplit pas tout l'espace, son absorption sera d'autant plus grande qu'il se trouvera situé plus près de la paroi vibrante.

Inversement, en fond de cavité, la vitesse vibratoire des ondes est faible et l'énergie dissipée reste limitée.

2.1.3.2 Disposition de la laine minérale derrière un diaphragme

Les résultats du paragraphe précédent montrent que la puissance dissipée dans la laine minérale est d'autant plus importante que celle-ci sera disposée plus près du diaphragme. Toutefois cette méthode n'est jamais appliquée en pratique pour différentes raisons d'ordre pratique et théorique.

Concrètement, il n'est pas possible de disposer des plaques de laine de verre entre le mur et le panneau fléchissant sans que celles-ci se déforment ou se déplacent, créant un effet d'inertie difficile à contrôler.

Pour qu'un dispositif de ce type soit réalisable, il faudrait enfermer la laine minérale entre deux treillis parfaitement rigides et indéformables.

Cette disposition présente toutefois un inconvénient que l'on retrouvera avec d'autres systèmes (le résonateur de **Helmholtz** en particulier) : l'efficacité d'absorption étant proportionnelle au carré des vitesses vibratoires, il devient très difficile de prévoir avec précision l'épaisseur à donner au matériau et sa position. De faibles écarts sur l'évaluation de ces valeurs entraînent des variations importantes du coefficient α qui s'éloigne très vite de sa valeur idéale.

Rappelons également que l'absorption du panneau est maximale pour $r = 1$ ($R_0 = \rho_0 c S$) et que, au-delà de cette valeur, plus la dissipation dans le matériau absorbant croît, plus le coefficient de réflexion augmente, ce qui a pour conséquence un résultat inverse de celui que l'on cherche.

En pratique, il est donc plus raisonnable de faire un calcul prévisionnel de l'épaisseur et de la densité optimale de la laine de verre utilisée en partant du principe que celle-ci sera disposée contre la paroi rigide.

Ce mode de calcul sera donné au paragraphe 2.5.3.

Remarque : il serait illusoire de fixer la laine minérale sur le diaphragme où son effet d'absorption serait strictement identique à celui qu'on obtiendrait en la posant contre la paroi rigide, la vitesse relative de déplacement de l'air dans le matériau étant la même dans les deux cas.

2.1.3.3 Comportement d'un panneau aux fréquences différentes de sa fréquence propre

Pour les pulsations supérieures à ω_0 la réponse du diaphragme dépend :

- des modes propres du système cavité-panneau (ω_{0j}) ;
- des modes propres du panneau seul (ω_{mn}) ;
- de son état de surface.

Les modes propres du système cavité-panneau ont été étudiés de façon détaillée dans [2]. Les résultats montrent que, au-delà des modes d'ordre supérieur à 2, les solutions de l'équation aux fréquences correspondent à des nœuds de vibration et ne donnent pas lieu à des phénomènes de résonance.

Les modes propres du panneau seul ne jouent qu'un rôle assez faible dans la mesure où, pour les modes pairs m et $n = 2, 4, 6...$ il y a compensation des déformations et maintien constant du volume arrière.

Les déplacements de l'air dans la cavité deviennent longitudinaux et non plus transversaux, ce qui entraîne une perte considérable d'efficacité du matériau absorbant.

Quant aux modes impairs, seul le mode $m = n = 3$ peut avoir une composante résiduelle non négligeable, surtout dans le cas où il coïncide avec l'un des modes propres de la cavité.

L'état de surface du matériau peut jouer un rôle aux fréquences élevées.

Parfaitement réfléchissant dans le cas d'un panneau lisse, il peut devenir partiellement absorbant s'il est recouvert d'un enduit (comme par exemple un flocage dont le coefficient d'absorption peut atteindre 0,5-0,6 à 2 000 Hz).

il est à noter que la mise en place d'un tel enduit ne modifie en rien les caractéristiques du panneau aux basses fréquences (accroissement de la masse et modification de la raideur tout à fait négligeables).

Cette propriété donnera lieu à des applications intéressantes qui seront étudiées dans le cadre des lois de combinaison.

2.1.4 Exemple concret

La figure 14 donne un exemple de résultats obtenus dans un local destiné à effectuer des tests d'écoute pour réduire une résonance de 43 Hz.

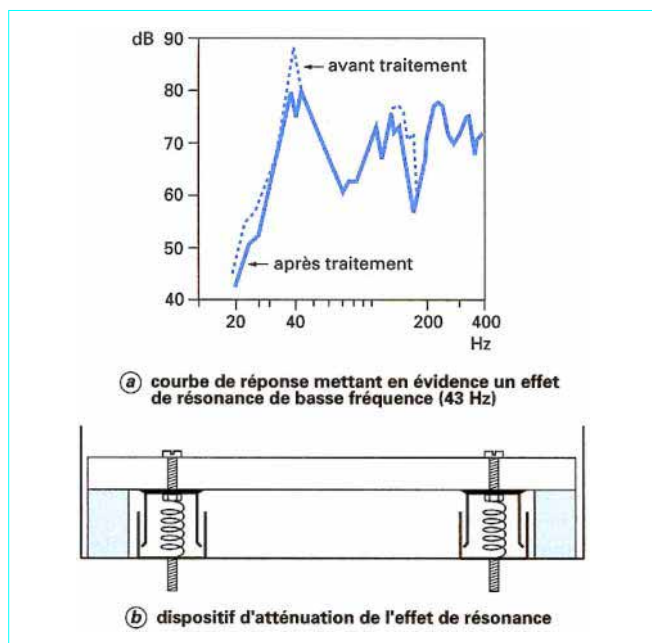


Figure 14 - Étude d'une cabine audiométrique

L'origine de la résonance ayant été attribuée à un mode propre axial de la cabine (4 m entre deux parois parallèles), le traitement s'est orienté sur la pose d'un panneau en doublure de paroi fixé par des plots à raideur ajustable.

La cavité arrière est fermée par un cadre de laine minérale disposée entre le mur et le panneau. La fréquence d'accord est ajustée sur place (par tension des ressorts) pour tenir compte « empiriquement » de la raideur induite par la cavité.

2.2 Résonateurs de Helmholtz

Le principe d'absorption par résonance de Helmholtz peut être appliqué à trois types de matériaux :

- les résonateurs isolés ;
- les matériaux alvéolés ;
- les plaques perforées.

2.2.1 Résonateurs isolés

Connus et utilisés depuis plusieurs millénaires, ces résonateurs constituent l'un des éléments de base du traitement acoustique local.

Apparus de façon naturelle sous forme d'anfractuosités dans les cavernes, ils furent utilisés dans les théâtres antiques (amphores résonnantes dont s'entouraient les acteurs), les salles réservées au culte (niches dans les églises) et certains lieux publics (porches, dais ou auvents des orateurs).

Leur rôle n'était pas alors d'atténuer le son dans certaines bandes de fréquences, mais au contraire de le prolonger par mise en résonance et réémission dans la bande de fréquence considérée.

Ce phénomène conduit à un renforcement de certains formants qui donnent une ampleur et un aspect extranaturel aux timbres des acteurs ou des orateurs qui savent placer leur voix pour la mettre en harmonie avec l'acoustique du local où ils se produisent.

Les documents historiques font souvent état d'amplification en ce qui concerne l'utilisation des résonateurs. En réalité, il ne s'agit pas d'un accroissement d'énergie sonore, mais d'un phénomène de surtension qui induit une amplification sélective de certaines fréquences. Cet effet est renforcé, sur le plan perceptif, par le prolongement temporel du son dû au mécanisme de réémission étudié précédemment (cf. [6]).

Le résonateur de Helmholtz possède donc la propriété d'atténuer ou de renforcer certaines composantes. Dans les deux cas, il fonctionne suivant le même principe mais la différence entre les deux phénomènes est due à la présence ou non d'un matériau dissipatif dans le volume du résonateur.

2.2.1.1 Paramètres définissant les résonateurs à col circulaire encastré

Le résonateur de Helmholtz peut être, sur le plan acoustique, entièrement défini à partir de 3 grandeurs physiques : son volume V , la longueur ℓ et la section S de son col.

Pour faciliter l'écriture des relations on prendra un col de section circulaire encastré (figure 15 a) et l'on admettra que le résultat est peu différent pour un col de section quelconque.

Le résonateur à col libre (figure 15 b) sera traité en complément.

Compte tenu des définitions données au paragraphe 1.1.5.2, on peut évaluer :

- la masse vibrante : $m = \rho_0 \ell \pi a^2$
- la raideur mécanique : $k_m = 0$
- la raideur d'origine acoustique : $k_a = \frac{\rho_0 c^2}{V} (\pi a^2)^2$

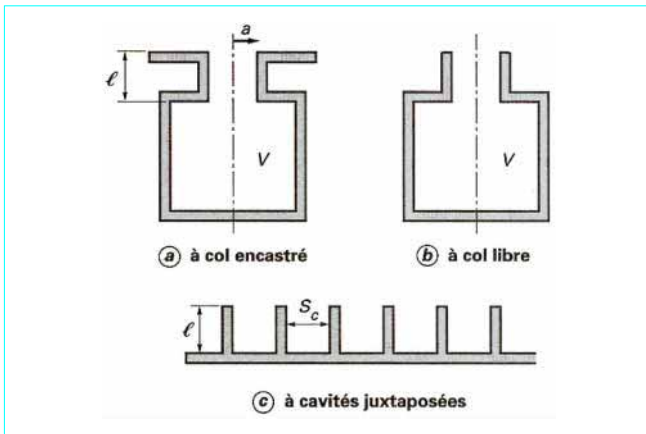


Figure 15 – Résonateur de Helmholtz

— l'impédance de rayonnement externe : $R_r = \rho_0 c \pi a^2 [R_1 + jX_1]$

Pour le résonateur non amorti, la résistance d'amortissement R_0 est, *a priori*, négligeable. Pour qu'elle atteigne la valeur voulue, il faudra le plus souvent ajouter, dans le résonateur, un matériau dissipatif dont la valeur, ramenée sur le col, soit égale à la valeur optimale R_{opt} .

Dans ce cas on obtient :

$$R_e = R_{opt}$$

$$X_e = \rho_0 \ell \pi a^2 \omega - \rho_0 c^2 \frac{(\pi a^2)^2}{V \omega}$$

et tant que $\lambda \gg 2a$, on a : $X_1 \approx 8ka/3\pi$

d'où la pulsation propre du résonateur ($X_e + X_r = 0$) :

$$\omega_0 = c \sqrt{\frac{\pi a^2}{V(\ell + 8a/3\pi)}}$$

2.2.1.2 Énergie réémise dans la salle par le résonateur

La double fonction d'atténuation et d'amplification du résonateur de Helmholtz joue un rôle primordial, parfois insoupçonné, dans la couleur sonore d'une salle. C'est la raison pour laquelle l'étude du champ réémis doit être conduite en parallèle sur celle du champ absorbé.

Sous l'action d'une onde de pression incidente respectant les conditions de champ lointain, l'énergie restituée à la salle peut être décomposée en 2 fractions (figure 16) :

— une composante réfléchie :

$$p_{R_1}^2 = R_p^2 \rho_0 c \frac{E}{4\pi r_1^2} \text{ avec } r_1 = SR + RM$$

— une composante diffractée par le col :

$$p_{diff}^2 = \frac{1}{2} \rho_0 c k a^2 r_0^2 h^2(\theta) \text{ avec } r_0 = HM$$

En prenant en compte le fait qu'au-delà de la proximité immédiate du col aucune relation de phase cohérente n'existe entre la pression réfléchie et la pression diffractée, on peut écrire qu'à la fréquence propre du résonateur le champ de pression en un point M de la salle est donné par la somme des valeurs quadratiques :

$$p_M^2 = p_D^2 + p_{R_1}^2 + p_{diff}^2 + \sum_{i=2}^{\infty} p_{R_i}^2$$

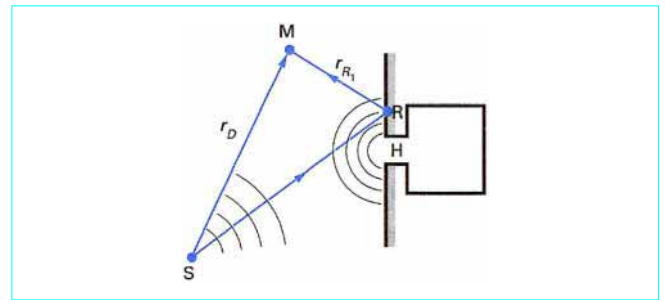


Figure 16 – Superposition du champ réfléchi et du champ diffracté au voisinage du col encastré d'un résonateur de Helmholtz

Le champ réémis peut être évalué en négligeant les phénomènes d'interférences avec les ondes incidentes et réfléchies. La puissance rayonnée par le col est alors :

$$E'_r = \rho_0 c \pi a^2 R_1 v_\varepsilon^2$$

et, compte tenu du fait qu'aux basses fréquences :

$$R_1 \approx \frac{k^2 a^2}{2} \text{ et } Q \approx 2$$

$$\text{on a donc : } p_{diff}^2 = \rho_0 c \frac{EQ}{4\pi r_0^2} = \rho_0 c \frac{ka^2}{2r_0}$$

qui devient, à la fréquence propre du résonateur :

$$p_{diff}^2 = \frac{\rho_0 c a^2}{2r_0} \sqrt{\frac{\pi a^2}{V(\ell + 0,85a)}}$$

2.2.1.3 Énergie absorbée par les résonateurs

Partant du principe qu'il ne s'agit pas d'un matériau, au sens classique du terme, on ne fera pas intervenir *a priori* les coefficients T et α . L'expression de la puissance dissipée donne cependant une idée assez précise de l'efficacité d'un tel système.

Il suffit, en effet, d'établir un bilan des puissances avant et après mise en place de N résonateurs de ce type pour avoir une idée du nombre d'éléments nécessaires à l'obtention d'une valeur d'absorption donnée (toujours pour $\omega \approx \omega_0$).

En conservant les notations du paragraphe précédent on peut évaluer la puissance dissipée dans le résonateur :

$$E_D = R_0 v_\varepsilon^2$$

v_ε étant la vitesse vibratoire de l'air dans le col et R_0 sa résistance d'amortissement (ramenée sur le col).

La longueur d'onde étant généralement très grande devant les dimensions de l'ouverture on doit écrire les relations en pression et vitesse dans le plan $x = 0$, ce qui conduit [relation (7)] à :

$$v_\varepsilon = \frac{p_i}{\rho_0 c} \left| \frac{2}{z + \sigma} \right|$$

d'où

$$E_D = \rho_0 c \pi a^2 r \frac{p_i^2}{\rho_0^2 c^2} \frac{4}{|z + \sigma|^2} = I_{inc} \frac{4\pi a^2 r}{|z + \sigma|^2}$$

I_{inc} étant l'intensité de l'onde incidente, c'est-à-dire I_D [1].

Ainsi, dans le cas où la pression exercée sur le col du résonateur est due à l'onde directe, la puissance dissipée vaut :

$$E_{D_0} = \frac{4\pi a^2 r I_D}{|z + \sigma|^2}$$

Dans cette relation I_D représente la composante normale à S du vecteur intensité.

Si la pression exercée est due à l'onde réverbérée, la composante normale du vecteur intensité doit alors être remplacée par I_R et la puissance dissipée devient :

$$E_{D_R} = \frac{4\pi a^2 r I_R}{|z + \sigma|^2}$$

En introduisant la densité d'énergie réverbérée $\varepsilon_R = \frac{4I_R}{c}$ (cf. [1]), on aboutit à l'expression de l'énergie réverbérée dissipée par unité de temps.

Il en résulte que lorsque l'on traite une paroi de surface S à l'aide de N résonateurs, on fait passer la puissance absorbée (on suppose la paroi assez loin de la source pour négliger l'incidence du champ direct)

$$de : \frac{A_0 \varepsilon_R c}{4} \quad \text{à} : (1 - \sigma) \frac{A_0 \varepsilon_R c}{4} + \frac{N \pi a^2 \varepsilon_R c}{|z + \sigma|^2}$$

L'accroissement d'absorption dû aux N résonateurs est donc :

$$\Delta A = \frac{4N\pi a^2 r}{z + \sigma} - \sigma A_0 = \frac{4\sigma S r}{|z + \sigma|^2} - \sigma A_0$$

$$\text{soit :} \quad \Delta A = \sigma S \left[\frac{4r}{|z + \sigma|^2} - \alpha_0 \right]$$

résultat que l'on aurait pu trouver immédiatement en appliquant la définition du paragraphe 1.1.3.6.

En pratique, pour obtenir un meilleur contrôle de la résistance on dispose le matériau au fond du résonateur et non pas à proximité du col.

2.2.1.4 Impédance de rayonnement d'un résonateur à col libre

Dans le cas où le col n'est pas encastré, les figures de diffraction induites par le résonateur sont beaucoup plus complexes et difficiles à modéliser. Au niveau des impédances, seule celle de rayonnement est modifiée dans des proportions non négligeables.

Pour évaluer cette impédance, on peut utiliser les relations proposées par Levine et Schwinger [4].

Ceux-ci ont en effet montré que l'impédance de rayonnement d'un tuyau ouvert libre (Z_{1L}) était inférieure à celle du même tuyau encastré (Z_{1E}) et qu'en particulier, pour les fréquences basses (telles que $ka < 1$) on avait :

$$R_{1L}(2ka) = 0,5 R_{1E}(2ka)$$

$$X_{1L}(2ka) \approx 0,7 X_{1E}(2ka)$$

La principale conséquence de cette différence est la réduction de la masse virtuelle de rayonnement ($m_{rL} \approx 1,9 \rho_0 a^3$) et de la correction d'extrémité correspondante ($0,6 a$).

2.2.2 Résonateurs alvéolés

Cette catégorie de matériau dans laquelle on trouve les parois en buses, les parpaings creux à cavité apparente ou les nids d'abeilles, obéit aux mêmes principes que la catégorie précédente. Il s'agit le plus souvent de surfaces constituées de résonateurs juxtaposés, mais dont le col possède la même section que la cavité.

La théorie développée au paragraphe précédent reste applicable à condition de remplacer :

- πa^2 par la section S_c des cavités ;
- $m = \rho_0 \ell \pi a^2$ par $\rho_0 \ell S_c/3$ [relation (13)]

Mais on peut également faire appel aux équations générales établies au paragraphe 1.1.2 à condition d'introduire $m = \rho_0 \ell S_c/3$ comme masse du piston et n le nombre de parpaings au m^2 . On a alors $\sigma = nS_c$

k_m est toujours nul et $k_a = \rho_0 c^2 S_c/e$.

Toutefois, compte tenu de la juxtaposition des cavités, il devient souhaitable de prendre en compte l'impédance mutuelle de rayonnement de chaque parpaing avec ses 6 (ou 8) voisins.

Une méthode proposée par Ingard [5] permet d'évaluer la distance (entre deux « cols ») au-dessous de laquelle l'impédance mutuelle de rayonnement ne peut plus être négligée. Son calcul conduit à :

$$d_{cc} \approx \frac{2,5}{k_0} \approx \frac{2,5c}{\omega_0} \approx \frac{136}{f_0}$$

Pour des résonateurs accordés sur 300 Hz, cette distance est d'environ 0,45 m.

2.2.3 Plaques perforées

La mise en place d'une plaque perforée **rigide** d'épaisseur h montée, comme le diaphragme, à distance e d'une paroi se comporte comme un ensemble de résonateurs de Helmholtz (figure 17).

En effet, dans le cas où les tasseaux sont suffisamment rapprochés pour que tous les trous situés en face d'une même cavité soient « attaqués en phase », la compression globale de l'air enfermé entre le mur et la plaque induit des déplacements qui se produisent principalement suivant l'axe Oz.

Le mouvement est donc le même que celui que l'on obtiendrait avec des cavités fermées et la théorie générale s'applique sans difficulté.

On a alors, pour N trous circulaires de rayon a percés dans un panneau de surface XY limitée par 4 tasseaux orthogonaux :

$$m = \rho_0 \pi a^2 h \quad m_r = 8 \rho_0 a^3/3$$

$$k_a = \frac{\rho_0 c^2 (\pi a^2)^2}{e/n} \quad \text{avec } n = \frac{N}{XY} \text{ et } k_m = 0$$

La pulsation propre devient :

$$\omega_0 = c \sqrt{\frac{n \pi a^2}{e(h + 8a/3\pi)}}$$

et la valeur maximale de α reste tributaire de la valeur du coefficient d'amortissement r et de la porosité σ que l'on définit, dans ce cas précis, par le terme de taux de perforation de la plaque.

Lorsque la plaque est perforée de trous équidistants alignés (disposition en carrés ou en triangles équilatéraux) ce taux vaut $\sigma = \pi a^2/b^2$; a étant le rayon des trous et b leur écartement.

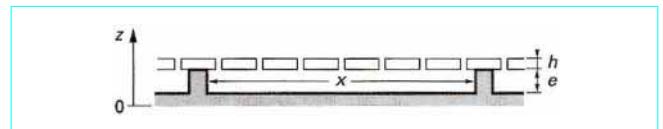


Figure 17 – Profil d'une plaque perforée disposée en absorbant

La théorie précédente est en défaut dans les deux cas suivants :

- la plaque vibre et engendre un effet de diaphragme qui perturbe l'effet d'Helmholtz (ce cas sera examiné au paragraphe 2.5.3 relatif aux lois de combinaison) ;
- l'onde arrive sous une incidence telle que les différents trous placés en face d'une même cavité ne vibrent plus en phase.

Il y a apparition d'un déplacement des tranches d'air suivant les axes Ox et Oy qui donne lieu à une réduction de l'effet de compression. Dans ce cas, le mouvement transversal des couches d'air retarde et atténue le phénomène fondamental d'absorption mais ne le supprime pas.

2.2.4 Exemples concrets

La figure 18, tirée d'une publication de Junger [6], donne un exemple de résonateur obtenu à l'aide de blocs de béton formant des cavités de $1,26 \cdot 10^{-4} \text{ m}^3$ communiquant avec l'extérieur par une fente de section $38,7 \text{ cm}^2$ et de longueur 2,86 m.

L'auteur compare les coefficients d'absorption obtenus avec un col standard et un col évasé.

La figure 19 permet de comparer les modes d'absorption et d'atténuation d'un bloc de béton vernis (donc ne jouant, en principe, aucun rôle d'absorption en dehors de la zone résonnante) formé de cavités et de cols cylindriques de diamètres respectifs a et b .

La figure 20 donne un exemple caractéristique de la courbe d'absorption de divers matériaux perforés utilisés en construction tandis que la figure 21 montre l'incidence du taux de perforation sur l'efficacité d'absorption d'une tôle métallique.

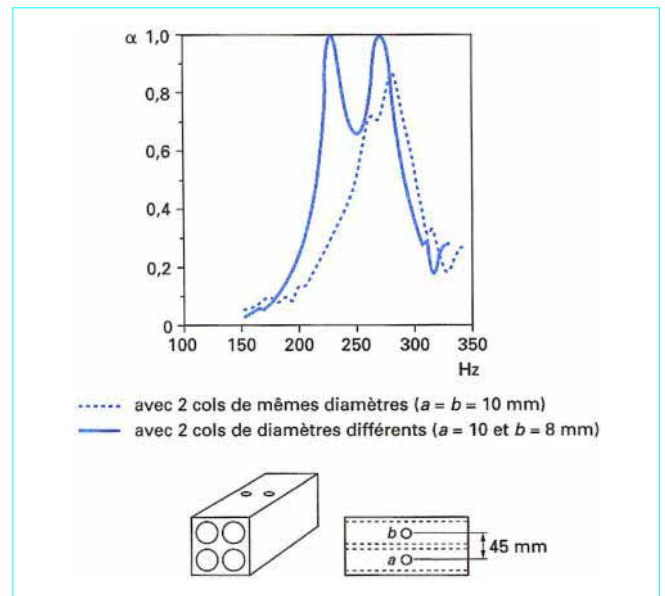


Figure 19 – Courbes d'absorption d'un parpaing de béton vernis à 4 cavités [7]

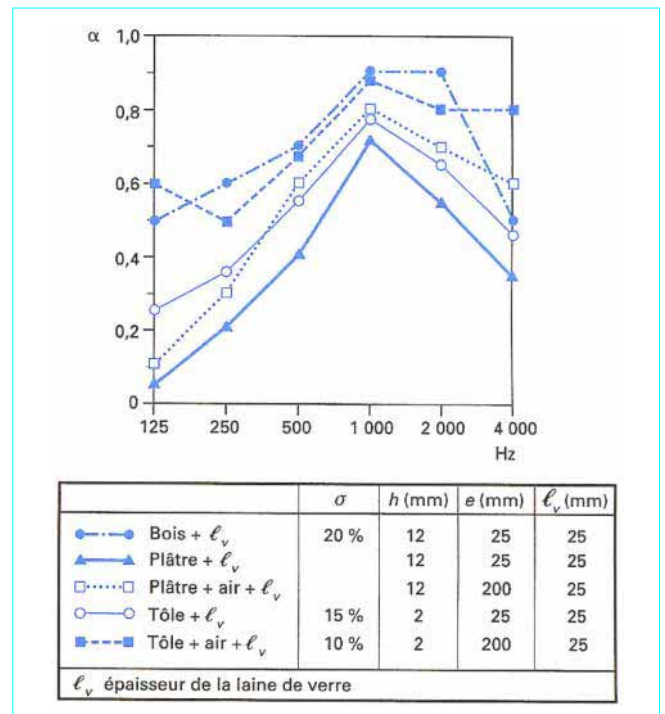


Figure 20 – Courbes d'absorption de diverses plaques perforées

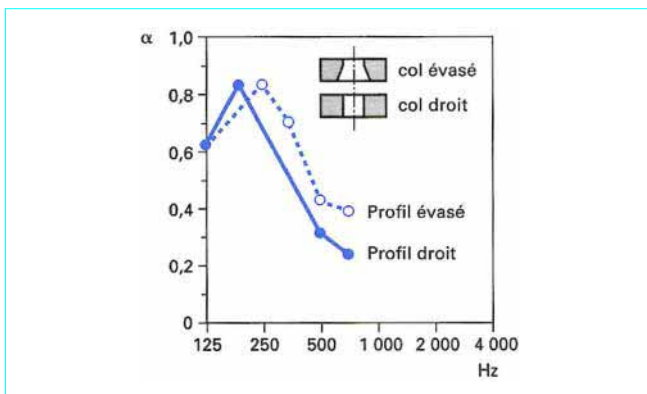


Figure 18 – Courbes d'absorption d'une paroi constituée de parpaings de béton creux fonctionnant en résonateurs de Helmholtz [6]

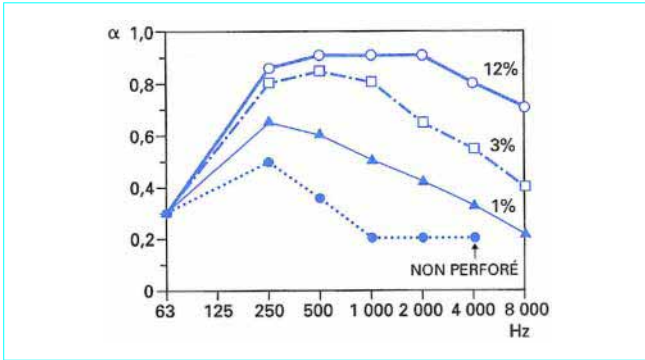


Figure 21 – Incidence du taux de perforation sur l'évolution fréquentielle du coefficient d'absorption d'une tôle métallique placée devant un matelas de 7,5 cm de laine minérale

2.3.1 Impédance des capillaires

La théorie du capillaire à section circulaire (cf. **Lord Rayleigh**) [8] part du principe que la dissipation par viscosité est proportionnelle au gradient de la vitesse particulaire de deux tranches d'air adjacentes. Quand un fluide circule dans un conduit de section constante, ce gradient est maximal dans l'épaisseur de la couche limite et pratiquement nul dans le reste du tube.

Si le tube est très étroit, le profil d'écoulement prend une forme parabolique.

Dans ce cas on démontre que l'impédance acoustique résultante est, pour un capillaire de section circulaire constante, de la forme :

$$Z_{ac} = \frac{8\eta\ell}{\pi a^4} + j \frac{4\rho_0\ell}{3\pi a^2} \omega \quad (14)$$

avec ρ_0 masse volumique de l'air (1,21 kg/m³ à 20 °C),
 η coefficient de viscosité dynamique (1,86 · 10⁻⁵ Pa · s à 20 °C),
 a rayon du capillaire,
 ℓ longueur du capillaire.

L'impédance théorique d'un capillaire est proportionnelle à sa longueur. Il en résulte que l'impédance d'un matériau constitué de multiples capillaires en parallèle, devrait, théoriquement, être proportionnelle à son épaisseur.

2.3.1.1 Résistance de rayonnement d'un capillaire

Compte tenu de la forme parabolique du profil de vitesse, il n'est plus possible d'appliquer directement la relation de comportement d'un piston plan encastré. On peut toutefois effectuer une approximation en considérant que la puissance rayonnée par un profil parabolique est la même que celle du piston plan de même débit.

Sachant [2] que le débit moyen du capillaire est la moitié de sa valeur maximale (q_0 au centre) $\langle q \rangle = q_0/2$, on peut établir des modèles dans lesquels la résistance de rayonnement du capillaire peut être ramenée à celle d'un piston plan équivalent.

2.3.1.2 Trous borgnes

Le calcul effectué au paragraphe 2.1.3.1 [relation (13)] montre que, pour les trous borgnes, la résistance et la masse apparente sont réduites d'un facteur sensiblement égal à 3 et qu'il y a apparition d'un terme de raideur.

Le même calcul appliqué aux capillaires fermés à une extrémité donne un résultat identique :

$$Z_{ac} = \frac{8}{3} \frac{\eta\ell}{\pi a^4} + j \frac{4\rho_0\ell}{9\pi a^2} \omega + \frac{\rho_0 c^2 \pi a^2}{j\omega\ell}$$

2.3.2 Grandeurs intervenant dans la détermination des propriétés d'un matériau poreux

2.3.2.1 Fréquence limite d'utilisation et fréquence de coupure d'un capillaire

Les limites de validité d'application des formules relatives aux capillaires sont données dans [2].

Rappelons que pour le capillaire à section circulaire ces limites (liées à l'existence d'un profil parabolique) sont :

$$a \ll \ell \ll \lambda \text{ (longueur d'onde) et } \lambda > 10^8 a^2$$

Attention. Il ne faut pas confondre ces valeurs limites avec la **limite d'approximation basse fréquence** (qui n'intervient qu'à partir de $k\ell = 0,5$) ni avec la **fréquence de coupure** du capillaire :

$$f_c = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{R_a}{M_a}} = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{6\eta}{\rho_0 a^2}}$$

La détermination de la fréquence de coupure est également intéressante car elle permet d'utiliser les approximations suivantes (figure 22) :

$$Z_{ac} = R_{ac} \quad \text{pour} \quad f < f_c$$

et

$$Z_{ac} = M_{ac}\omega \quad \text{pour} \quad f \gg f_c$$

Dans le cas d'une plaque perforée de N trous (n trous par m²), la fréquence de coupure reste inchangée tandis que la résistance acoustique des N capillaires en parallèle décroît en $1/N$.

$$R_{aN} = \frac{R_{ac}}{N} = \frac{8\eta\ell}{N\pi a^4}$$

Il en résulte que pour la réalisation de résistances acoustiques pures (matériau d'amortissement pour microphones, plaques semi-anéchoïques, etc.) on procède en deux temps.

On détermine, à partir de la fréquence de coupure, le rayon du capillaire :

$$a^2 = \frac{6\eta}{\rho_0 \omega_c^2}$$

et on reporte cette valeur dans l'expression de R_{aN} pour en déduire la valeur de N :

$$N = \frac{8\eta\ell}{R_{aN}\pi a^4}$$

Exemple : pour une surface disponible de 1 cm² l'obtention d'une résistance pure de 10¹⁰ N · s · m⁻⁵ dans la bande de fréquence 0 – 2 kHz est possible si l'on perce dans une plaque de 2 mm d'épaisseur des capillaires de rayon a tels que :

$$a^2 = \frac{6 \times 1,86 \cdot 10^{-5}}{1,21(4\,000\pi)^2} = 5,84 \cdot 10^{-13} \text{ m}^2$$

Le nombre de capillaires à percer est alors :

$$N = \frac{8 \times 1,86 \cdot 10^{-5} \times 2 \cdot 10^{-3}}{10^{10} \pi (5,84 \cdot 10^{-13})^2} = 2,78 \cdot 10^7$$

Le matériau devrait donc avoir 2,78 · 10¹¹ perforations au m² et son coefficient de porosité serait de 51 % ($\sigma = n\pi a^2 = 0,51$).

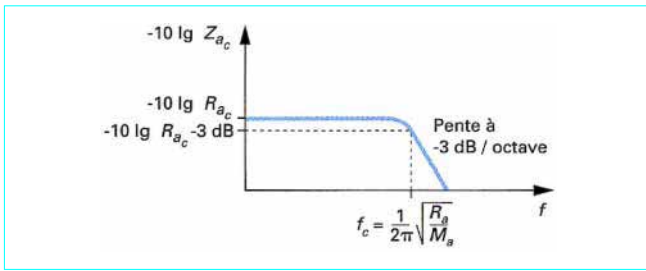


Figure 22 – Fréquence de coupure d'un capillaire de section circulaire

2.3.2.2 Panneaux rigides microperforés

Des théories plus élaborées ont été proposées par différents auteurs. Parmi celles-ci on peut retenir le modèle de **Maa** [9] qui montre que pour les longueurs d'ondes faibles devant la distance entre les trous, les termes réel et imaginaire de l'impédance acoustique spécifique d'un panneau inerte d'épaisseur h prennent la forme :

$$R = \frac{8\eta h}{\sigma a^2} \left[\sqrt{1 + \frac{\rho_0 a^2 \omega}{32\eta}} + a^4 \sqrt{\frac{\rho_0 \omega}{4\eta h^2}} \right]$$

et

$$M = \frac{\rho_0 h}{\sigma} \left[1 + 1,7 \frac{a}{h} \sqrt{\frac{2}{18\eta + \rho_0 a^2 \omega}} \right]$$

On voit apparaître dans cette expression :

- l'effet de résistance acoustique du capillaire corrigé par deux termes traduisant le comportement résistif du rayonnement ;
- l'effet de masse d'un tube non capillaire avec correction d'extrémité ($1,7 a/h$) correspondant (de façon très simplifiée) à la partie réactive de l'impédance de rayonnement.

Placé à distance e d'une paroi rigide, un tel panneau a pour coefficient d'absorption sous incidence normale :

$$\alpha_n = \frac{4r}{(\sigma + r)^2 + x^2}$$

$$\text{avec } r = \frac{R}{\rho_0 c},$$

$$x = \frac{M\omega}{\rho_0 c} - \cot k e.$$

La fréquence propre de ce système est obtenue en développant $\cot k e$ au second ordre, soit :

$$x = \frac{M}{\rho_0 e} k e + \frac{k e}{3} - \frac{1}{k e} \left(x = 0 \text{ pour } \left[\frac{M}{\rho_0 e} + \frac{1}{3} \right] = \frac{1}{k^2 e^2} \right)$$

Maa utilise ces relations pour déterminer la largeur de la résonance à -3dB (bande passante ou largeur du pic). Il trouve :

$$\Delta\omega \approx \frac{1+r}{\frac{M}{\rho_0 c} + \frac{e}{3c}}$$

Il en déduit les caractéristiques que doivent avoir les panneaux perforés pour obtenir la fréquence propre et la largeur de la bande passante désirée.

La figure 23 donne un exemple des résultats qu'il obtient. On note que la largeur de la bande passante varie très peu avec l'épaisseur e de la cavité.

L'auteur montre également que, pour des ondes arrivant sous incidence oblique, les pics de résonance se trouvent légèrement décalés vers les hautes fréquences.

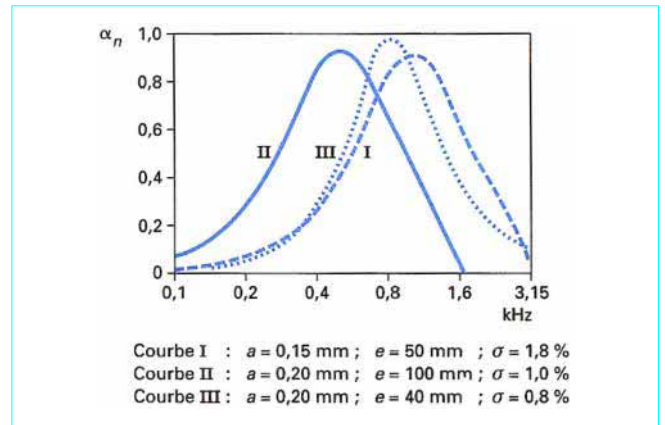


Figure 23 – Variation du coefficient d'absorption avec la fréquence pour trois panneaux perforés de même épaisseur ($h = 0,4 \text{ mm}$) [9]

2.3.2.3 Résistance à l'écoulement

L'étude des matériaux poreux isotropes révèle généralement une bonne corrélation entre leur pouvoir absorbant et leur résistance au passage d'un flux d'air continu.

Cette résistance qui s'exprime en $\text{N} \cdot \text{s} \cdot \text{m}^{-4}$ est une **résistance acoustique spécifique par unité de longueur**. Elle peut être évaluée à partir de la mesure de la perte de charge et du débit en régime statique dans le matériau [2]. Elle correspond à la limite, quand $\omega \rightarrow 0$, de la valeur réelle de l'impédance acoustique.

Pour exprimer certaines lois caractéristiques relatives aux matériaux poreux, il est souvent utile d'introduire, non pas la **résistance à l'écoulement** (R_{EC}), mais le rapport de la fréquence à cette résistance. Ce nouveau paramètre que l'on appellera l'**admittance fréquentielle** a pour expression $\varnothing = f/R_{EC}$. Il s'exprime en $\text{N}^{-1} \cdot \text{s}^{-2} \cdot \text{m}^4$.

Ainsi pour un capillaire de longueur ℓ la résistance à l'écoulement vaudrait :

$$R_{EC} = \frac{\Delta p}{\langle v \rangle \ell} = 8\eta / a^2 N \cdot \text{s} \cdot \text{m}^{-4}$$

et le rapport $\varnothing = f/R_{EC} = f a^2 / 8\eta$.

Delany et Bazley [10] ont montré que l'impédance réduite (z) d'un matériau poreux à parois inertes (ne jouant aucun rôle acoustique) ne dépendait que de \varnothing et pouvait être représentée avec une bonne précision par les lois empiriques suivantes (figure 24 a) :

$$z = r + jx$$

$$\text{avec } r = 1 + 9,08 \varnothing^{-0,75},$$

$$x = -11,9 \varnothing^{-0,73}.$$

2.3.2.4 Coefficients de propagation

La solution de l'équation d'onde à une dimension en milieu non dissipatif est de la forme :

$$\varphi(x, t) = A \exp(j\omega t) \exp(-jkx)$$

$k = \omega/c$ étant le nombre d'onde.

Dans le cas où il y a dissipation d'énergie en cours de propagation, l'effet d'atténuation apparaît sous la forme d'un coefficient qui traduit la décroissance exponentielle de l'amplitude de l'onde avec la distance.

Dans ces conditions on a :

$$\varphi(x, t) = A \exp(j\omega t) \exp(-jkx) \exp(-mx)$$

où m est le **coefficient d'atténuation** de l'onde propagée.

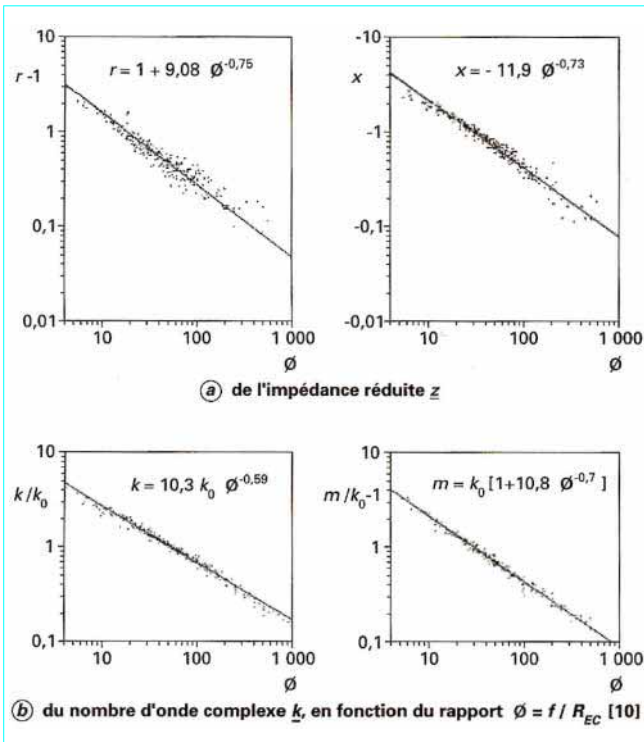


Figure 24 – Matériau poreux. Parties réelle et imaginaire

Soit encore :

$$\varphi(x, t) = \varphi(x) \exp(j\omega t) \text{ avec } \varphi(x) = A \exp[-(j k + m) x]$$

que l'on écrira en posant : $\underline{k} = k + jm$,

$$\varphi(x) = A \exp(-j \underline{k} x)$$

Le **nombre d'onde complexe** \underline{k} comprend donc :

- une composante réelle (k) qui caractérise la propagation conservative ;
 - une composante imaginaire (m) qui caractérise l'atténuation.
- k et m sont appelés coefficients de propagation.

Les travaux de **Delany** et **Bazley** ont évalué les variations de ces deux composantes en fonction de la résistance à l'écoulement.

Ils ont montré que k et m variaient linéairement suivant les lois :

$$k = 10,3 k_0 \phi^{-0,59}$$

$$m = k_0 [1 + 10,8 \phi^{-0,7}]$$

k_0 étant le nombre d'onde à l'air libre et k le nombre d'onde dans les pores.

La figure 24 b montre les principaux résultats de leurs mesures.

2.3.3 Coefficient d'absorption des matériaux poreux à parois inertes

Partant du principe que les coefficients de porosité des matériaux étudiés étaient voisins de 1, **Delany** et **Bazley** déterminent les varia-

tions du coefficient α en fonction du rapport f/R_{EC} obtenues pour un matériau d'épaisseur infinie à partir de la relation :

$$\alpha = \left[\frac{4r}{(r+1)^2 + x^2} \right]$$

Dans le cas où l'épaisseur de la plaque est limitée à une valeur h les auteurs remplacent l'impédance z_∞ par : $z_h = z_\infty \cot k h$.

Avec la prise en compte de l'épaisseur h , le coefficient d'absorption α conserve la même allure mais son champ fréquentiel d'action décroît avec h .

Ces résultats peuvent être présentés sous une autre forme montrant l'évolution du coefficient d'absorption du matériau avec la résistance à l'écoulement.

Toutes ces observations conduisent à des conclusions cohérentes que l'on peut résumer de la façon suivante :

- dans un matériau à parois inertes, la dissipation croît avec la résistance à l'écoulement (figure 25 a) ;
- plus le matériau est épais et plus son efficacité s'étend vers les fréquences graves (figure 25 b) ;
- sa résistance à l'écoulement croît linéairement avec la masse volumique.

2.3.4 Exemples concrets

La figure 26 donne l'allure des variations fréquentielles du coefficient d'absorption de différents matériaux poreux rigides utilisés dans la construction.

2.4 Matériaux poreux à parois déformables

La différence essentielle entre ces matériaux et ceux décrits dans le paragraphe 2.3 est due au fait que la déformation des parois joue un rôle non négligeable dans les phénomènes de dissipation.

Ce rôle peut-être dû principalement à deux mécanismes :

- la déformation de la structure géométrique des parois qui entraîne des modifications des caractéristiques d'écoulement ;
- la dissipation structurelle due aux effets d'hystérésis du support. À cette catégorie appartiennent les matériaux fibreux, les laines minérales, les mousses naturelles ou synthétiques, les cartons poreux, etc.

2.4.1 Principales grandeurs caractéristiques des matériaux poreux à structure déformable

Différents auteurs ont tenté d'établir des modèles permettant de rendre compte du comportement de ces matériaux, mais leurs lois sont trop complexes pour être représentées correctement à partir des formulations analytiques simples.

C'est la raison pour laquelle on retrouve, dans la plupart des études, les paramètres expérimentaux, proposés par **Delany** et **Bazley** et présentés au paragraphe 2.3.2 (r , x , k , m et σ).

Pour rendre compte du rôle de la structure, on introduit également un paramètre dont le rôle est de rendre compte du degré de « sinuosité » des pores. Ce paramètre fait intervenir le rapport de la longueur moyenne d'un pore ℓ_p à l'épaisseur de l'échantillon h .

On obtient ainsi le **facteur de structure** défini par :

$$K_s = \frac{\langle \ell_p \rangle^2}{h}$$

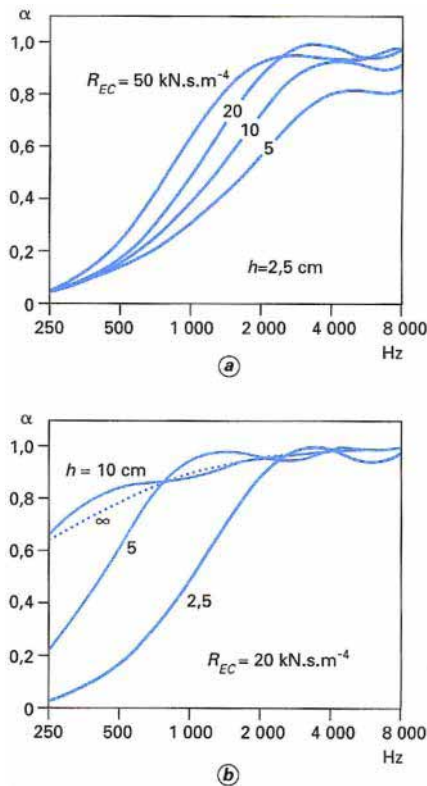


Figure 25 – Variation fréquentielle du coefficient d'absorption sous incidence normale d'un matériau poreux à parois inertes

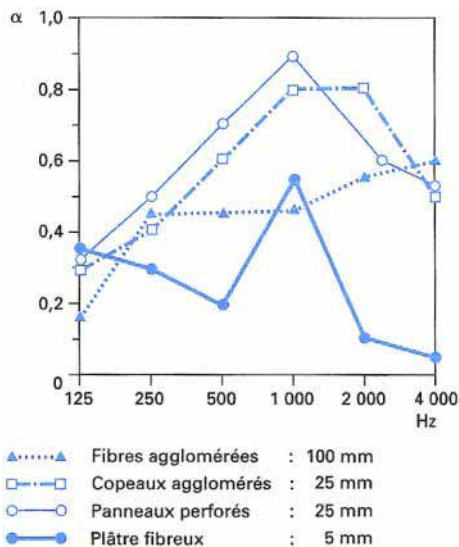


Figure 26 – Variation fréquentielle du coefficient d'absorption de divers matériaux poreux utilisés en construction

Pour différencier les phénomènes de propagation dans les pores (caractérisés par $k = k + jm$) des phénomènes de propagation dans le support, on introduit un **nombre d'onde structural** : $\underline{k}_s = k_s + jm_s$.

k_s (qu'il ne faut pas confondre avec K_s ni avec \underline{k}_s) est le nombre d'onde structural, c'est-à-dire le rapport de la pulsation de l'onde à sa célérité dans la structure (m_s est le coefficient d'atténuation de l'onde dans la structure).

2.4.2 Principales lois de comportement des mousses synthétiques

Le nombre de paramètres nécessaires pour décrire le comportement des matériaux poreux à parois déformables est trop important pour laisser espérer une connaissance précise des phénomènes et une bonne reproductibilité des conditions d'utilisation et des résultats expérimentaux. On peut toutefois retenir les principales lois d'évolution en citant les travaux de **Dunn et Davern** [11] repris et complétés par ceux de **Lauriks et coll.** [12] établis sur différents échantillons de mousses de polyuréthane.

Ils trouvent, pour les parties réelle et imaginaire de l'impédance réduite :

$$r = 1 + 0,114 (\rho_0 \varnothing)^{-0,369} \text{ et } x = 0,1 (\rho_0 \varnothing)^{-0,758}$$

Et pour les constantes de propagation :

$$k = k_0 [1 + 0,136 (\rho_0 \varnothing)^{-0,431}]$$

$$m = k_0 [0,168 (\rho_0 \varnothing)^{-0,715}]$$

Dans toutes ces relations ρ_0 est la masse volumique de l'air, mais les auteurs introduisent également la masse volumique du matériau (polyuréthane) :

$$\rho_M = \rho_0 + j \frac{\sigma}{2\pi \varnothing K_s}$$

avec σ porosité ($0,9 < \sigma < 0,975$),

K_s facteur de structure,

\varnothing admittance fréquentielle.

Ils étudient séparément l'influence des paramètres R_{EC} , K_s et σ sur z , \underline{k} et \underline{k}_s .

Ces résultats confirment les travaux antérieurs de **Bies** [13] qui montrent que le passage d'un matériau à parois semi-rigides à un matériau déformable se traduit par une augmentation des valeurs du nombre d'onde \underline{k} (figure 27).

La figure 28 donne quelques exemples caractéristiques des résultats obtenus par **Lauriks**. Ceux-ci permettent de tirer plusieurs conclusions générales dont les principales peuvent être résumées de la façon suivante :

- la résistance r des échantillons croît fortement avec la résistance à l'écoulement pour les fréquences basses, mais pas pour les fréquences élevées. Elle augmente (légèrement) avec le facteur de structure et diminue avec la porosité. Pour ces deux derniers paramètres, les variations sont indépendantes de la fréquence ;
- les constantes de propagation \underline{k} et \underline{k}_s croissent régulièrement avec la fréquence ;
- leurs parties réelles k et k_s sont peu sensibles aux variations de la résistance à l'écoulement et à la porosité. En revanche, leurs parties imaginaires (m et m_s) suivent de près l'évolution de la résistance à l'écoulement mais pas celle du facteur de structure ni celle de la porosité ;
- enfin, le nombre d'onde k croît fortement avec le facteur de structure (surtout pour les fréquences élevées).

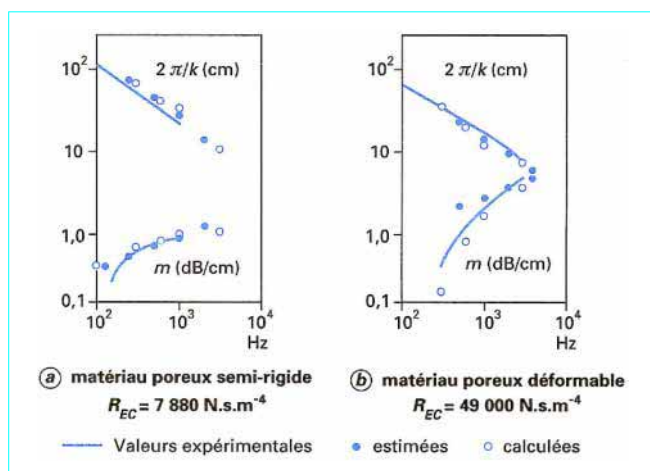


Figure 27 – Parties réelle (k) et imaginaire (m) du nombre d'onde complexe \underline{k} dans des matériaux poreux [13]

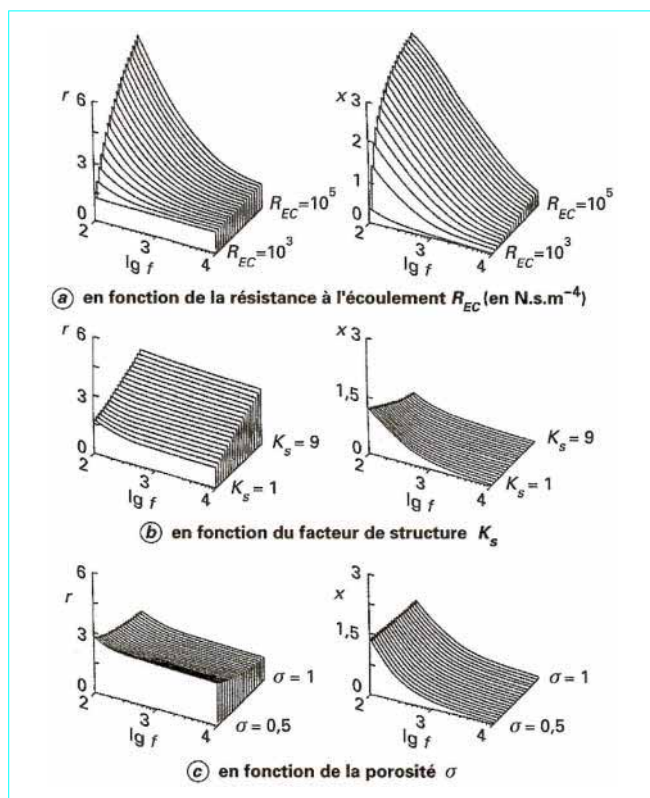


Figure 28 – Variation fréquentielle de l'impédance d'un échantillon de mousse de polyuréthane d'épaisseur infinie [12]

2.4.3 Caractéristiques d'absorption des laines minérales

Le comportement de laines minérales (fibres de verre, laines de roches, ouates minérales) a fait l'objet de nombreuses publications.

De tous les travaux, il ressort que les paramètres les plus pertinents du point de vue de l'utilisateur sont :

- la masse volumique ρ_m ;
- l'épaisseur ℓ_v ;
- la résistance à l'écoulement R_{EC} ;
- le diamètre des fibres.

Ces grandeurs ne sont pas indépendantes comme le montre le tableau 6 donnant quelques valeurs caractéristiques de la résistance à l'écoulement en fonction de la masse volumique et du diamètre des fibres.

Tableau 6 – Résistance à l'écoulement R_{EC} de la laine minérale (en $10^4 \text{ N} \cdot \text{s} \cdot \text{m}^{-4}$) en fonction de sa masse volumique et du diamètre de ses fibres

Masse volumique (kg/m^3)	20	40	60	80	100
Fibre de diamètre $\varnothing = 2 \mu\text{m}$	8	22	42	65	90
Fibre de diamètre $\varnothing = 4 \mu\text{m}$	2	5,6	10	16	23
Fibre de diamètre $\varnothing = 8 \mu\text{m}$	0,5	1,4	2,6	4	6
Fibre de diamètre $\varnothing = 16 \mu\text{m}$	0,1	0,4	0,65	1	1,4

La figure 29 reproduit l'allure générale des variations du coefficient d'absorption d'un panneau de laine de verre en fonction de son épaisseur et de sa masse volumique. Il ne faut cependant pas oublier que ces valeurs brutes n'ont de sens que pour des plaques disposées de façon apparente, ce qui correspond à une utilisation rarissime en dehors des chambres sourdes.

En pratique, l'efficacité de la laine de verre ne peut être évaluée qu'à partir de la connaissance de la puissance effectivement dissipée dans sa structure. Celle-ci étant proportionnelle au carré de la vitesse particulière de l'onde qui la traverse, on peut faire appel, pour un certain nombre de cas simples, au modèle analytique développé au paragraphe 2.4.3.1.

2.4.3.1 Calcul de l'épaisseur et de la densité de laine minérale à placer derrière un panneau monté au diaphragme

Soit R_s la résistance mécanique (coefficient de frottement) due à la dissipation structurelle du panneau.

Les caractéristiques théoriques de la laine minérale sont définies par deux conditions (figure 30) :

- la résistance ramenée de la laine de verre sur le panneau (R_ℓ) doit être égale à $R_{\text{opt}} - R_s$

(R_{opt} étant la valeur optimale de la résistance d'amortissement que l'on souhaite donner au panneau)

- si ℓ_v est l'épaisseur du matériau on doit avoir [2] :

$$R_\ell = \frac{R_{\ell v} + j \rho_0 c S k (e - \ell_v)}{1 + j \frac{R_{\ell v}}{\rho_0 c S} k (e - \ell_v)}$$

En pratique, $e - \ell_v$ est assez faible pour que l'on puisse admettre que $R_\ell \approx R_{\ell v}$.

Dans ce cas, seul $R_{\ell v}$ reste à déterminer.

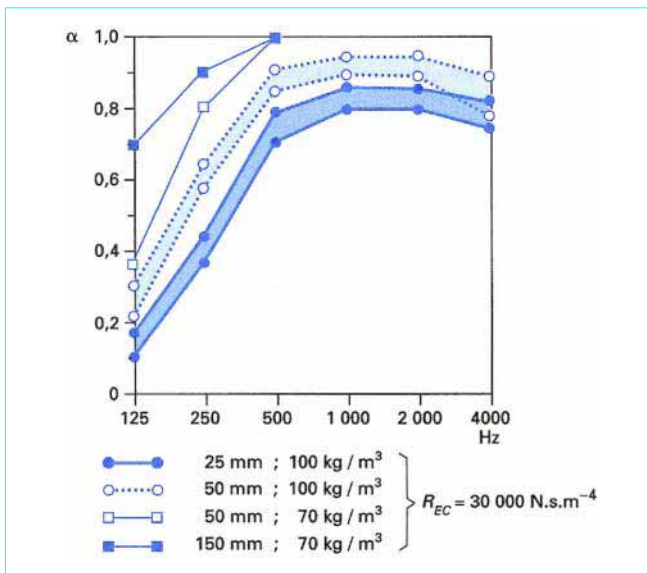


Figure 29 – Variation fréquentielle du coefficient d'absorption d'une plaque de laine de verre

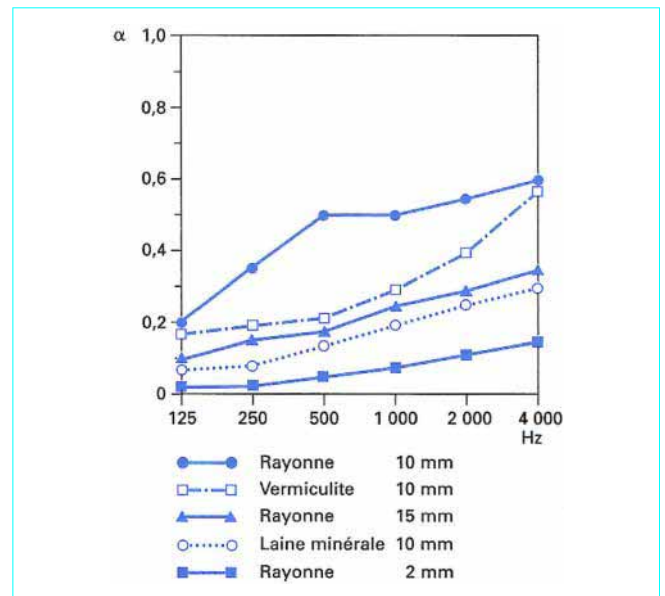


Figure 31 – Variation fréquentielle du coefficient d'absorption de divers flocages

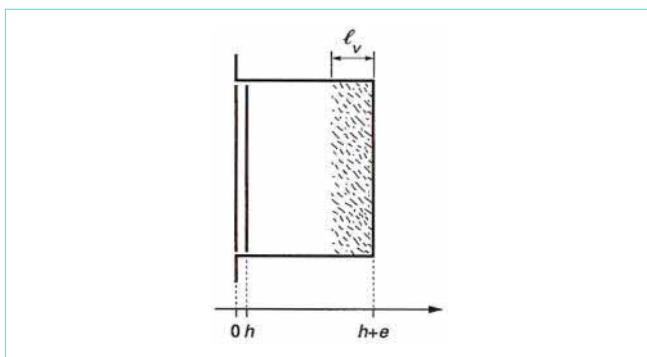


Figure 30 – Panneau de laine minérale disposé derrière un diaphragme

Remarque : il n'y a pas lieu, dans cette estimation, de tenir compte du changement de volume de la cavité dû à la présence de la laine minérale. En effet le volume occupé par ce type de matériau est, le plus souvent, négligeable par rapport au volume de l'air qu'il contient.

Ainsi, pour de la laine de verre de masse volumique 125 kg/m^3 , le volume effectif occupé par le verre (masse volumique $2\,500 \text{ kg/m}^3$) ne représente que $125/2\,500 = 5\%$ du total.

Il en résulte que pour une cavité de 10 cm de largeur contenant 5 cm de laine de verre à 125 kg/m^3 , la variation relative du volume d'air induite par la présence de la laine n'est que de 2,5 %. Cette variation tombe à 1 % pour une laine de 50 kg/m^3 .

2.4.4 Autres exemples

La figure 31 donne un aperçu des zones d'efficacité de quelques flocages poreux projetés, en différentes épaisseurs, sur une paroi non déformable.

Le tableau 7 présente les valeurs de quelques coefficients de porosité.

Tableau 7 – Coefficient de porosité de quelques matériaux utilisés en construction

Laine de verre	Feutres	Fibreux	Plâtre poreux	Brique	Béton	Brique réfractaire
0,94 à 0,98	0,83 à 0,95	0,65 à 0,80	0,60 à 0,65	0,25 à 0,30	0,1 à 0,5	0,15 à 0,35

2.5 Lois de combinaisons

Ce paragraphe a pour but de montrer comment la mise en association (en série, en parallèle ou en cascade) de plusieurs systèmes dont on connaît les lois de comportement isolés modifie ces lois et permet d'obtenir des variations fréquentielles du coefficient d'absorption plus souples que celles que l'on obtiendrait à partir des oscillateurs élémentaires. Ces combinaisons permettent de traiter de façon plus sélective une ou plusieurs régions du spectre.

Cette approche exclut les associations du type diaphragme (ou cavités)-matériau poreux, largement abordées dans les paragraphes précédents, qui constituent de simples résonateurs amortis et ne permettent de faire varier que le facteur de qualité du coefficient d'absorption.

Les principales associations étudiées seront :

- les panneaux juxtaposés (dans un même plan) ;
- les panneaux superposés (dans deux plans parallèles) ;
- les diaphragmes perforés ;
- les diaphragmes à surface traitée.

2.5.1 Panneaux juxtaposés

Dans ce paragraphe, on appellera **taille** d'un diaphragme de forme rectangulaire l'association $\{X, Y\}$ définie par l'écartement X entre deux tasseaux longitudinaux et Y entre deux tasseaux transversaux (figure 32).

Une paroi traitée à l'aide de panneaux fléchissants peut être constituée :

- soit de diaphragmes de mêmes tailles ;
- soit de diaphragmes de tailles différentes.

L'intérêt de disposer plusieurs résonateurs de même taille, donc de même fréquence propre, est de renforcer la valeur d'absorption sélective non plus en accroissant le coefficient α mais en augmentant la surface totale active.

Ce procédé est utilisé quand il est nécessaire de supprimer une résonance particulièrement gênante, notamment aux très basses fréquences. Cette dernière est, le plus souvent, due à l'un des tout premiers modes propres de la salle (au-dessous de la fréquence critique). Elle impose un traitement énergique, difficile à obtenir avec un seul diaphragme (ou un seul résonateur de Helmholtz).

La mise en place de diaphragmes de tailles différentes permet de moduler la courbe $\alpha(f)$ sur une large bande de fréquence (30 à 400 Hz) avec une efficacité optimale.

2.5.2 Panneaux superposés

La mise en parallèle de deux diaphragmes a pour but de créer un système mécanique couplé et, par conséquent, d'étendre l'action sélective obtenue à l'aide d'un seul résonateur à une zone de fréquence plus large, sans utiliser de surface supplémentaire.

Le choix d'un tel procédé est donc particulièrement recommandé lorsque l'on veut traiter une résonance parasite trop large en fréquence et que l'on dispose d'une surface de traitement trop étroite.

2.5.2.1 Principe d'action de deux panneaux couplés

Au voisinage des fréquences fondamentales de chaque panneau (f_{1A} et f_{1B}), la double membrane peut être assimilée à un ensemble de deux systèmes masse-ressort couplés dont les masses m_A et m_B sont les masses réelles ($\rho_s X Y h$) des panneaux et dont les raideurs sont définies par (figure 33) :

$$k_A = (k_{11})_A ; k_B = (k_{11})_B + \frac{\rho_0 c^2 X Y}{e_B} ; \text{ et } K = \frac{\rho_0 c^2 X Y}{e}$$

avec e_B épaisseur entre mur et panneau B,

e épaisseur de la lame d'air située entre les deux panneaux A et B.

La théorie [2] permet d'établir l'équation aux fréquences d'un tel système :

$$\omega^4 - (\omega_{BA}^2 + \omega_{BB}^2) \omega^2 + (1 - \chi^2) \omega_{BA}^2 \omega_{BB}^2 = 0$$

avec $\omega_{BA} = \sqrt{\frac{k_A + K}{m_A}} ; \omega_{BB} = \sqrt{\frac{k_B + K}{m_B}}$ les pulsations bloquées

et $\chi = \frac{K}{\sqrt{(k_A + K)(k_B + K)}}$ le coefficient de couplage.

Les solutions de ces équations sont les pulsations ω_A et ω_B telles que : ω_A toujours $< \omega_{BA}$ et ω_B toujours $> \omega_{BB}$ (dans le cas où $\omega_{BA} < \omega_{BB}$).

En pratique, on règle l'écartement des fréquences propres de façon à limiter l'apparition de l'effet d'antirésonance, sauf dans le cas où l'on souhaite deux fréquences d'absorption sélective relativement proches (figure 34).

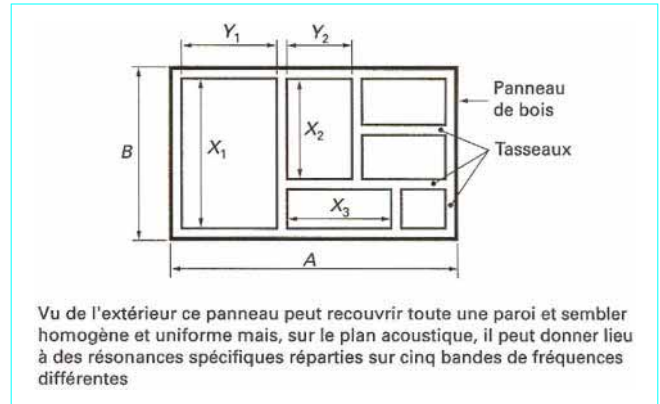


Figure 32 – Exemple de « division » d'un panneau de bois en 6 diaphragmes

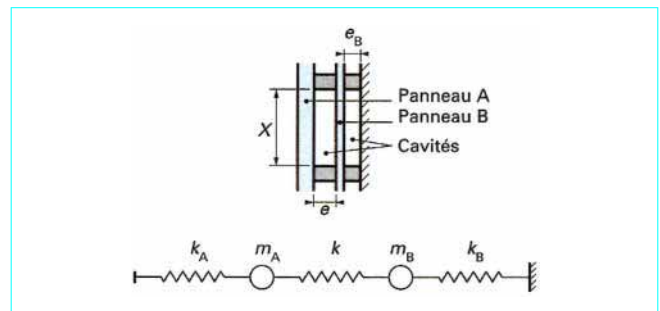


Figure 33 – Disposition de deux panneaux en parallèle et schéma équivalent au voisinage des fréquences fondamentales de chaque diaphragme

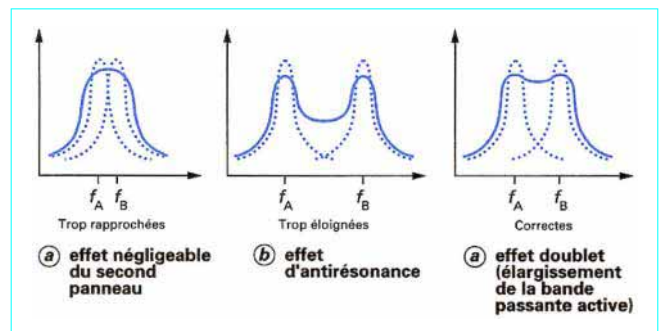


Figure 34 – Mise en évidence de l'effet d'antirésonance dû à un écart trop important entre les deux fréquences propres

Le réglage correct de l'écartement des fréquences propres permet d'obtenir une bande active assez large et homogène. On admet, en première approximation, que cette bande active est centrée sur la fréquence :

$$f_{OD} = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{\rho_0 c^2 XY}{e_B} \frac{m_1 + m_2}{m_1 m_2}} \quad (15)$$

1. Le réglage de l'écartement doit tenir compte de plusieurs lois :

— le couplage écarte les fréquences bloquées (f_{BA} et f_{BB}) de chaque système. Cet effet est d'autant plus marqué que le coefficient de couplage χ est plus important.

Nul pour χ voisin de 0, il devient prépondérant quand $\chi \rightarrow 1$;

— l'amortissement rapproche les fréquences couplées (f_A et f_B). Cet effet est donc contraire au précédent et peut, pour des valeurs suffisantes du terme R_0 , compenser l'écartement dû au couplage.

2. Les praticiens utilisent le plus souvent la relation (15) sous la forme :

$$f_{OD} = 60 \sqrt{\frac{1}{e} \left(\frac{1}{\rho_{SA}} \right) + \left(\frac{1}{\rho_{SB}} \right)}$$

où e est la distance inter-diaphragmes et ρ_{SA} , ρ_{SB} (souvent notées m_A , m_B) les masses surfaciques de chaque panneau.

3. La relation (15) est une relation simplifiée du fait qu'on a négligé les termes de raideur propre de chaque panneau ($a_{11}^2 B_A$, $a_{11}^2 B_B$, etc) devant les termes de compression dans la cavité centrale. Il en résulte (cf. § 2.1.2) que la fréquence propre réelle est toujours supérieure à celle que donne la formule des praticiens.

C'est pour mieux être en accord avec les mesures que le facteur 60 de cette relation est parfois remplacé par la valeur empirique 84.

4. La relation (15) présente une autre limite de validité dans le cas où les fréquences critiques des panneaux se rapprochent de la bande active du doublet. Cet effet sera étudié dans le paragraphe 3.

Exemple : soit un double vitrage 6 – 12 – 6 ($h = 6$ mm, $e = 12$ mm) constitué de deux panneaux de verre ($E = 6 \cdot 10^{10}$ Pa, $\rho_m = 2500$ kg/m³, $\sigma = 0,22$, $X = 1$ m, $Y = 0,667$ m).

Leur module de flexion vaut : $B = \frac{Eh^3}{12(1-\nu^2)} = 1135$ N·m et leur masse surfacique :

$$\rho_s = \rho_m h = 15 \text{ kg/m}^2$$

Les fréquences propres correspondant au mode (1,1) valent respectivement :

$$f_{11p} = \frac{a_{11}}{2\pi} \sqrt{\frac{B}{\rho_s}} = 44,4 \text{ Hz pour la vitre posée}$$

et $f_{11e} = b_{11} f_{11p} / a_{11} = 84$ Hz pour la vitre encastrée.

Le coefficient de couplage des deux vitres est donc compris entre :

$$\chi_p = \frac{93300}{93300 + 9360} \text{ et } \chi_e = \frac{93300}{93300 + 3360}$$

soit $0,91 < \chi < 0,735$.

En prenant, par exemple, la valeur moyenne $\chi = 0,82$ ($k_{11} = 1,7 \cdot 10^6$, $1 - \chi^2 = 0,324$), il vient :

$$\begin{aligned} \omega_{BA} = \omega_{BB} &= \sqrt{\frac{\gamma PS + k_{11}e}{\rho_s XY e}} \\ &= \sqrt{\frac{93300 + 20400}{15 \times 0,667 \times 12 \cdot 10^{-3}}} = 973 \text{ rad/s (155 Hz)} \end{aligned}$$

D'où la somme S et le produit P des racines cherchées :

$$\begin{aligned} S &= 2\omega_{BA}^2 = 1,9 \cdot 10^6 \\ P &= \omega_{BA}^4 (1 - \chi^2) = 2,9 \cdot 10^{11} \end{aligned}$$

Les fréquences propres du double vitrage sont donc : 65 et 209 Hz. Quant à leur coefficient d'absorption dans cette bande de fréquences, il dépend essentiellement du mode de fixation, car la principale source de dissipation se situe presque toujours au niveau des joints utilisés pour l'encadrement.

2.5.3 Diaphragmes perforés

L'utilisation en diaphragme des plaques perforées permet de combiner sur une même surface l'effet d'absorption sélective en basse fréquence du panneau fléchissant et celui des résonateurs d'Helmholtz que constituent les ouvertures sur la cavité arrière.

Les domaines de fréquence de chaque mode d'action étant assez différents, on peut penser *a priori* que les risques d'interférences entre les deux sont faibles.

Ceci est en partie vrai tant que le diamètre des trous est assez petit pour que la cavité continue à jouer son rôle de raideur par compression.

Quand ce n'est pas le cas, il faut, dans le calcul de la fréquence propre du panneau, supprimer le terme $k_a = \rho_0 c^2 X Y / e$, ce qui a pour effet de diminuer cette fréquence propre.

Si, au contraire, les perforations présentent une résistance au passage de l'air, on peut obtenir un amortissement « virtuel » sans modification trop importante de la fréquence propre du panneau.

Enfin, dans le cas où les perforations sont très étroites (capillaires), on obtient une indépendance des deux modes d'action.

2.5.3.1 Diaphragmes perforés en résonateurs d'Helmholtz

La perforation de panneaux fléchissants montés en diaphragme a pour conséquence, dans la mesure où les trous ne sont pas trop étroits, la superposition de deux effets : l'effet de membrane qui induit une résonance aux basses fréquences (40 à 200 Hz) et l'effet d'Helmholtz (résonateurs en parallèles) qui se manifeste aux fréquences plus élevées (300 à 1000 Hz).

On trouve, également réalisés sur le même principe, des treillis métalliques à nids d'abeille en simple ou double épaisseur destinés à être utilisés dans des environnements très sévères (souffleries, moteurs thermiques, réacteurs ou nacelles d'avion, etc). Un exemple de comportement de ce type de cloison sera illustré par l'exemple de la figure 39).

2.5.3.2 Diaphragmes microperforés

Les panneaux microperforés, dont les coûts de fabrication sont encore élevés, sont appelés à jouer un rôle de plus en plus grand dans le traitement acoustique des locaux industriels par le fait qu'ils permettent de traiter à la fois les basses et les hautes fréquences, sans faire appel à des matériaux fibreux.

Il y a lieu de distinguer deux types de montage :

- le panneau libre (ou flottant) utilisé principalement comme écran acoustique ;
- le panneau diaphragme (ou fléchissant) monté en paroi.

■ Écran absorbant

L'impédance acoustique spécifique d'une fraction de surface S d'un écran microperforé est de la forme :

$$Z_{S_0} = R_{S_0} + jM_{S_0}\omega$$

$$\text{avec } R_{S_0} = \frac{\pi a^2 R_{ac}}{\sigma} + 2 \frac{R_r}{\sigma \pi a^2} = \frac{8\eta h}{\sigma} + \frac{2}{\sigma} \rho_0 c R_1(2ka).$$

Les deux termes représentent respectivement (sous forme spécifique ramenée) la résistance acoustique des capillaires et leur résistance de rayonnement due aux deux extrémités.

En prenant à nouveau $R_1(2ka) \approx \frac{k^2 a^2}{2}$ il vient :

$$R_{S_0} = \frac{8\eta h}{\sigma a^2} \left[1 + \frac{\rho_0 a^4 \omega^2}{8c\eta h} \right]$$

M_{S_0} comprend trois termes qui représentent la masse acoustique ramenée du capillaire, celle de son rayonnement ainsi que la masse spécifique du panneau lui-même.

Soit :

$$M_{S_0} = \frac{\pi a^2 M_{ac}}{\sigma} + \frac{2X_r}{\sigma \pi a^2} + \frac{\rho_s S h}{S}$$

\uparrow \uparrow \uparrow
capillaires *rayonnement* *panneau*

que l'on peut écrire en développant :

$$M_{S_0} = \frac{4}{3\sigma} \rho_0 h + \frac{2}{\sigma} \rho_0 c X_1(2ka) + \rho_s h$$

$$\text{Soit } M_{S_0} = \frac{4\rho_0 h}{3\sigma} \left[1 + \frac{6M}{4} \frac{\omega a}{h} + 3 \frac{\sigma \rho_s}{h} \right].$$

Cette relation présente certaines similitudes avec celle que propose **Maa [9]** pour les panneaux rigides mais elle contient un terme supplémentaire d'inertie qui peut jouer un rôle aux basses fréquences.

■ Panneau fléchissant

Le montage en diaphragme d'un panneau microperforé introduit un terme de raideur (K_{S_0}) qui, contrairement au cas précédent, ne peut pas être négligé.

En effet, le panneau fixé (posé ou encastré) présente une raideur propre k_{mn} (k_{11} le plus souvent) à laquelle s'ajoute la compression de l'air dans la partie arrière du panneau. Ce dernier terme est toutefois inférieur à $\rho_0 c^2 S/e$ car une partie de l'air comprimé s'échappe par les perforations pouvant jouer un rôle dissipatif non négligeable. La courbe d'absorption perd une partie de sa sélectivité fréquentielle aux basses fréquences.

Connaissant $K_{S_0} = k_{11} + \mu \rho_0 c^2 S/e$ (μ est un coefficient d'efficacité de compression compris entre 0 et 1), et

$$M_{S_0} = \frac{\pi a^2 M_{ac}}{\sigma} + \frac{X_r}{\sigma \pi a^2} + \rho_s h \text{ on peut évaluer les pulsations autour}$$

desquelles pourraient se situer les résonances :

$$\begin{aligned} \text{— côté BF : } \omega_{0B} &\approx \sqrt{K_{S_0}/M_{S_0}} \\ \text{— côté HF : } \omega_{0A} &\approx \sqrt{K_{S_0}/(M_{S_0} - \rho_s h)} \end{aligned}$$

2.5.4 Diaphragmes à surface traitée

Ce type de combinaison est le plus simple à maîtriser. Il consiste à régler un panneau fléchissant destiné à l'atténuation des fréquences graves et à le recouvrir d'un enduit dont l'absorption est maximale dans une zone fréquentielle nettement plus élevée.

La masse de l'enduit étant négligeable devant celle du panneau, ce procédé n'entraîne aucune modification de la fréquence propre du diaphragme.

Exemple : un panneau de bois aggloméré de 16 mm d'épaisseur monté en diaphragme et accordé sur 125 Hz peut présenter une courbe d'absorption dont les valeurs types sont données à la deuxième ligne du tableau ci-après.

Après la pose du panneau, on projette sur la surface un flocage de rayon de 8 mm d'épaisseur dont les coefficients d'absorption sur surface rigide sont donnés en troisième ligne du tableau.

Dans ce cas, l'indépendance des mécanismes d'absorption par rapport aux bandes fréquentielles concernées permet de trouver le résultat de la combinaison en conservant pour chaque colonne la valeur la plus élevée du tableau.

Bandes d'octaves	125	250	500	1 000	2 000	4 000
α diaphragme	0,78	0,15	0,10	0,08	0,07	0,09
α flocage	0,20	0,35	0,5	0,5	0,55	0,60
α diaphragme	0,78	0,35	0,5	0,5	0,55	0,60
+						
flocage						

La principale ambiguïté que l'on peut rencontrer dans ce mode d'approche se produit lorsque, pour une fréquence donnée, les coefficients d'absorption des deux matériaux sont du même ordre de grandeur. On peut alors se trouver en présence d'effets cumulatifs ou, au contraire, compensatoires, pour lesquels seuls les résultats expérimentaux donneront une réponse précise.

Il est également possible de traiter un panneau accordé sur une fréquence très basse en lui superposant une plaque (de faible masse volumique) perforée de façon à traiter des fréquences très élevées. Dans ce cas, la plaque (alliage d'aluminium le plus souvent) doit être rendue solidaire du panneau pour ne pas modifier ses propriétés aux fréquences graves.

Notons que l'utilisation de doubles panneaux perforés permet de jouer à la fois sur la largeur de la bande d'absorption aux basses fréquences et sur la sélectivité fréquentielle aux fréquences élevées. La figure **35** illustre la souplesse d'utilisation que l'on peut espérer d'un tel montage.

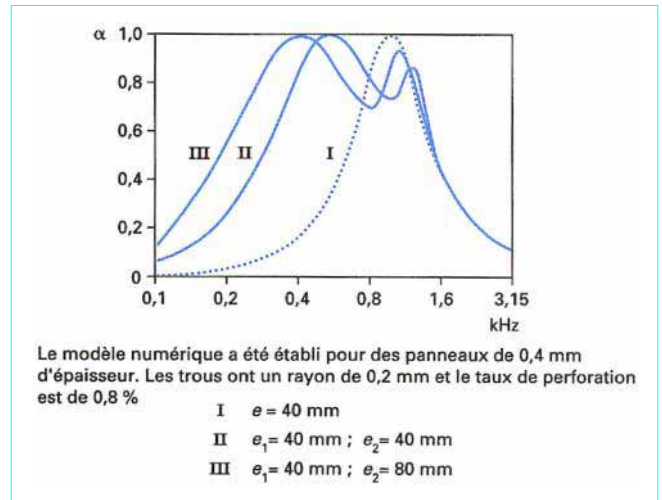


Figure 35 – Caractéristiques d'absorption de diaphragmes perforés montés en simple (I) ou double paroi (II et III) [9]

2.5.5 Exemples concrets

La figure 36 et le tableau 8 donnent un exemple du type de traitement que l'on peut effectuer à l'aide de panneaux juxtaposés dans un local où l'on souhaite réduire ultérieurement la durée de réverbération dans des proportions importantes sur toute la gamme des fréquences audibles (il s'agit ici d'un studio d'enregistrement pour lequel le T_R final doit être de 0,5 s dans tout le spectre).

Pour les grandeurs géométriques, les notations sont celles de la figure 17. E et B sont respectivement les modules d'élasticité et de flexion des panneaux.

$$f_{cav} = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{\rho_0 c^2}{\rho_s e}} \text{ est la résonance de la cavité ;}$$

$$f_{11} = \frac{5,1}{X^2} \sqrt{\frac{B}{\rho_s}} \text{ est la première résonance de la plaque posée ;}$$

$$f'_{11} = \frac{9,67}{X^2} \sqrt{\frac{B}{\rho_s}} \text{ est la première résonance de plaque encastree ;}$$

$f_0 = \sqrt{f_{11}^2 + f_{cav}^2}$ et $f'_0 = \sqrt{f'_{11}^2 + f_{cav}^2}$ sont respectivement les fréquences d'accord des panneaux posés et encastres.

La figure 37 compare la courbe de réponse expérimentale aux valeurs théoriques :

- d'un panneau perforé ($a = 1$ mm, $\sigma = 2$ %, $h = 2$ cm) placé à 60 cm d'une paroi ;
- de deux panneaux perforés ($a = 1$ mm, $\sigma_1 = 1$ %, $\sigma_2 = 2$ %, $h = 2$ cm) placés respectivement à 90 et 60 cm de la même paroi.

Les auteurs [10] vérifient expérimentalement les relations établies par Maa [9] et montrent que l'ajout d'une seconde cloison perforée, en parallèle sur la première, permet de diminuer la fréquence d'absorption maximale (elle passe ici de 58 à 32 Hz).

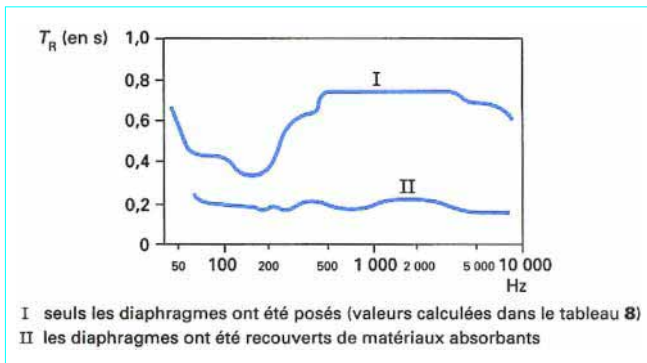


Figure 36 – Temps de réverbération d'un studio d'enregistrement avant et après traitement des parois [15]

La figure 38 compare les courbes expérimentales d'absorption d'une paroi de parpaings « Soundblox » avec et sans plaquettes derrière le col. Ces plaquettes jouent le rôle d'absorbant vis-à-vis de la fréquence d'accord de la cavité, et de panneaux résonnants amortis pour les fréquences supérieures.

La figure 39 illustre l'importance de la sélectivité fréquentielle que l'on peut obtenir en combinant une membrane perforée et des résonateurs cloisonnés (du type nids d'abeilles).

Les pics successifs correspondent respectivement à :

- la fréquence de Helmholtz (< 200 Hz) ;
- la fréquence de résonance de la plaque support (330 Hz) ;
- la fréquence de résonance de la membrane de protection (> 400 Hz).

La courbe en tirets, obtenue en l'absence de la membrane de protection, est le résultat du couplage entre les deux premières résonances.

La membrane de protection est en plastique de 1/10 mm. Elle est séparée de la membrane perforée par un panneau de mousse de 1 mm d'épaisseur. La mise en place de cette membrane entraîne :

- un déplacement de la fréquence de Helmholtz dû à l'effet de masse additionnelle ;
- un accroissement du coefficient d'absorption dans la bande 300-450 Hz.

Cette absorption peut être attribuée à la présence de l'anneau de mousse, mais surtout au déplacement transversal des couches d'air situées entre les deux membranes. Le phénomène est analogue à l'effet d'amortissement interélectrode du microphone électrostatique [3].

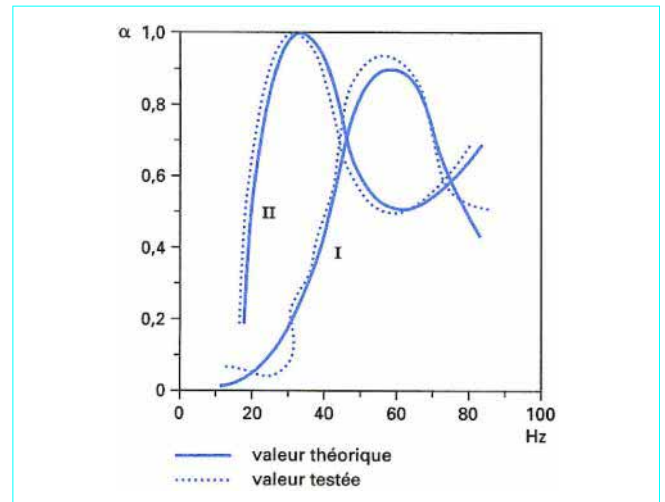


Figure 37 – Coefficients d'absorption d'une simple (I) et d'une double (II) paroi perforée [16]

Tableau 8 – Calcul des fréquences d'absorption de 4 tailles de panneaux de contreplaqué juxtaposés formant la structure de base d'un studio d'enregistrement

X (m)	Y (m)	e (mm)	S (m ²)	ρ_s (kg/m ²)	E (GPa)	h (mm)	B (N · m)	$\sqrt{B/\rho_s}$ (m ² /s)	f_{cav} (Hz)	f_{11} (Hz)	f'_{11} (Hz)	f_0 (Hz)	f'_0 (Hz)
1	0,6	35	0,6	3	5,5	5	57	3,1	130	24,7	46,8	132	138
1	0,6	70	0,6	4,2	5,5	7	157	5,1	92	34,6	65,5	98	113
1,3	0,8	90	1	6	5,5	10	458	8,7	81	28,5	54	86	97
1,3	0,8	100	1	7,2	5,5	12	792	11,5	77	34,2	64,9	84	100

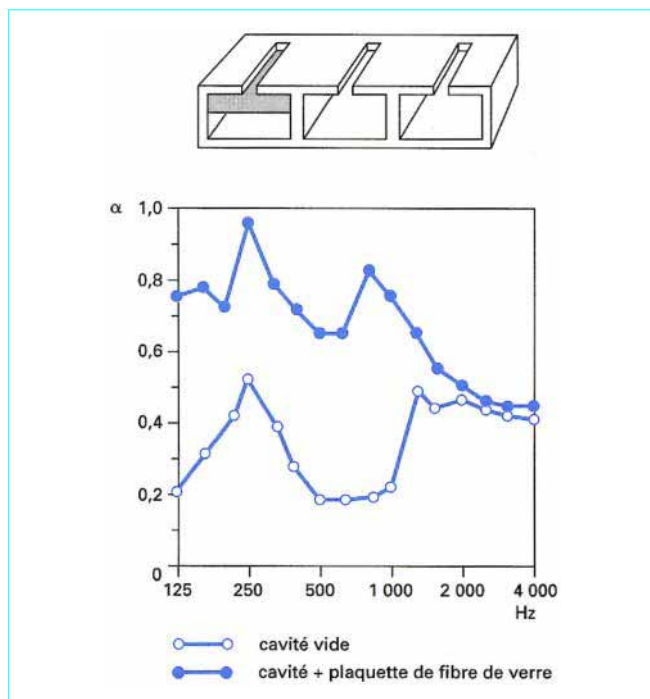


Figure 38 – Efficacité d'une paroi de parpaings du type « Soundblox » avec et sans absorbants [17]

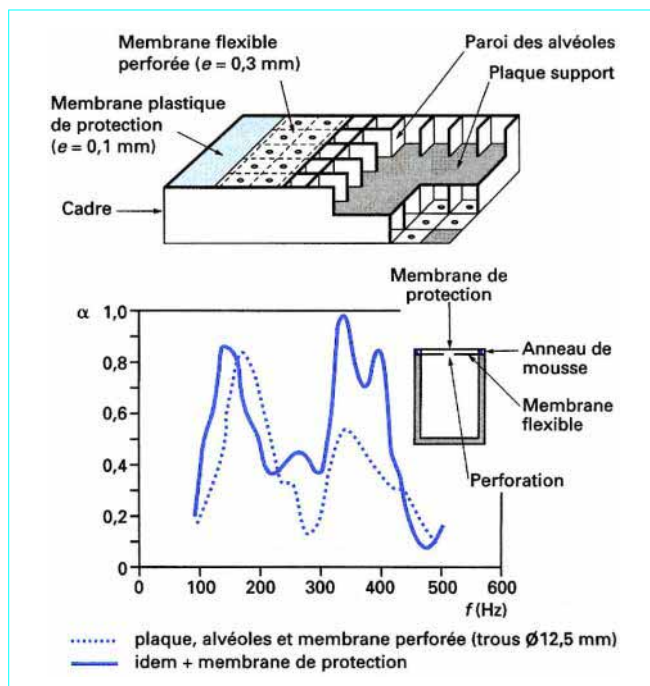


Figure 39 – Coefficient d'absorption d'une paroi complexe formée de structures en nids d'abeilles [18]

3. Principes physiques mis en jeu dans la transmission des ondes sonores à travers les parois

Les mécanismes de transmission à l'interface de deux milieux peuvent donner lieu à des transferts d'énergie très complexes mettant en jeu des lois de comportement qui intègrent les principes déjà décrits dans l'étude de la réflexion et font intervenir, en outre, des phénomènes :

- de propagation structurale ;
- de réfraction et de diffraction ;
- de réponse modale et de rayonnement de paroi.

L'étude de ces différents modes d'action constitue le domaine de la **transparence acoustique**.

3.1 Transparence acoustique : notions générales

3.1.1 Définitions relatives aux ondes

3.1.1.1 Ondes propagatives, ondes évanescentes

Au niveau le plus élémentaire, une paroi homogène d'épaisseur constante et de surface infinie soumise à une pression acoustique peut être le siège de plusieurs types d'ondes dont les principales sont :

- pour les milieux de propagation :
 - les **ondes de transmission-réflexion** dont le comportement peut être comparé à celui des ondes réémises de part et d'autre d'un dioptre optique,
 - les **ondes de diffraction** qui, contrairement au cas du rayon lumineux qui traverse une vitre, jouent un rôle de premier plan ;
- pour la structure :
 - les **ondes de flexion** de paroi qui se déplacent avec une célérité (c_f) souvent inférieure à celle de l'air (c) et induisent, sur la paroi, une distribution de sources acoustiques qui rayonnent de part et d'autre,
 - les **ondes longitudinales** qui, tant que le milieu reste homogène, ne donnent pas lieu à réémission,
 - les **ondes de cisaillement** dont les effets sont, le plus souvent, négligeables.

En milieu dissipatif, l'expression du champ acoustique est donnée par la solution de l'équation d'onde :

$$\phi(\underline{r}, t) = a \exp[j(\omega t - \underline{k} \cdot \underline{r})]$$

avec $\phi(\underline{r}, t)$ grandeur caractéristique de l'onde (potentiel, déplacement, pression, vitesse, etc.),

\underline{r} , de composantes x , y et z , vecteur descriptif de la position du point champ (point de mesure ou point d'observation),

$\underline{k} = k + jm$ nombre d'onde complexe de l'onde progressive.

Physiquement, ce nombre d'onde peut être représenté par un vecteur dont la direction est celle de la normale au front d'onde et dont le module vaut :

$$|\underline{k}| = \sqrt{k_x^2 + k_y^2 + k_z^2}$$

La solution de l'équation d'**Helmholtz** peut donc s'écrire sous la forme :

$$y(x, y, z) = a \exp[-j(\underline{k}_x x + \underline{k}_y y + \underline{k}_z z)]$$

$\exp(-j\mathbf{k}_x x)$ représente la composante du champ suivant l'axe Ox.

Il traduit simultanément les effets propagatifs et dissipatifs de l'onde car il est le produit de deux termes :

- $\exp(-j\mathbf{k}_x x)$ qui correspond à la partie réelle de \mathbf{k}_x et traduit le phénomène de propagation non dissipatif ;
- $\exp(-jm x)$ qui correspond à la partie imaginaire de \mathbf{k}_x et traduit le phénomène d'atténuation.

De façon générale on définit :

$\text{Re}[\mathbf{k}_x]$, la composante propagative de l'onde suivant l'axe Ox ;
et $\text{Im}[\mathbf{k}_x]$, la composante évanescence de l'onde suivant l'axe Ox.

3.1.1.2 Modes de transmission

Si la paroi subit des contraintes d'origine mécanique (mise en contact direct avec un corps vibrant), et non plus acoustique, les ondes de propagation dans les structures sont à l'origine de rayonnements énergétiques souvent plus importants que ceux qui sont induits par les champs acoustiques.

Si la paroi est de dimensions finies, la nature des ondes transmises est peu modifiée mais les ondes de structures sont à l'origine de phénomènes stationnaires, qui, donnant naissance à des modes vibratoires spécifiques, induisent des échanges d'énergie entre les différentes parties d'une même paroi.

Dans tout ce qui suit, on prendra soin de faire la différence entre les ondes d'origine **aérienne** ou **acoustique** et les ondes **solidiennes**.

Pour les mécanismes de transmission, on distinguera ceux qui obéissent à des lois analogues à celles de l'optique de ceux qui résultent des mises en vibration des structures (figure 40).

Pour les premiers, on parlera de **transmission acoustique** et on utilisera, pour les seconds, le terme de **transmission solidienne** ou **structurelle**.

On réservera l'expression **transmission modale** aux cas où les ondes réémises sont dues à la mise en excitation des modes de flexion de paroi.

L'étude des transferts d'énergie acoustique, par voie aérienne ou solidienne, relève de l'**isolation acoustique**.

Leur analyse peut être conduite en examinant successivement :

- les mécanismes de transmission à travers les parois inertes ;
- les mécanismes de transmission modale ;
- les mécanismes de transmission structurelle.

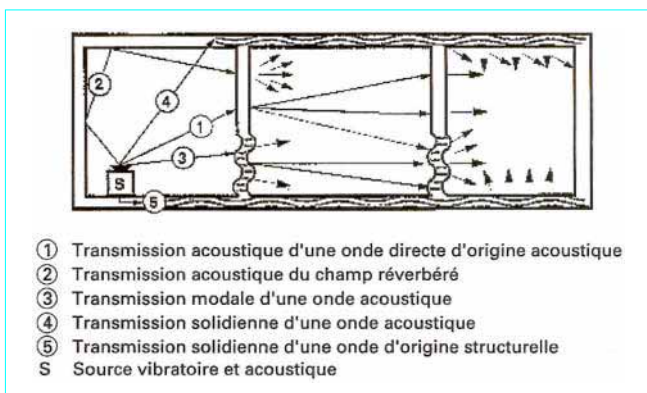


Figure 40 – Principaux modes de transmission des phénomènes vibratoires

3.1.1.3 Coefficient de transmission et indice d'affaiblissement

Lorsqu'une onde entre en contact avec une paroi, elle donne lieu à deux formes d'énergies transmises :

- l'énergie transférée au sein de la paroi (interface air-solide) ;
- l'énergie transmise de l'autre côté de la paroi (interface solide-air) ;

d'où l'existence de plusieurs définitions possibles du **coefficient de transmission**.

En l'absence de toute autre précision, on réservera ce terme au rapport entre les énergies des ondes situées de part et d'autre de la paroi, c'est-à-dire en amont (côté source) et en aval (côté mesure) de celle-ci.

Ce rapport peut alors s'exprimer de deux façons :

- soit par le **rapport de la puissance rayonnée par la face « aval » de la paroi à la puissance de l'onde incidente « amont »** ;
- soit par le **rapport de la pression évaluée en un point aval de la paroi à la pression que l'on obtiendrait au même point en l'absence de paroi**.

Ces deux définitions du coefficient de transmission (τ) ne sont équivalentes que dans le cas où l'on admet que les ondes incidentes et transmises sont planes, ce qui n'est jamais le cas en pratique.

L'indice d'affaiblissement R d'une paroi est, par définition, égal à $10 \lg (1/\tau)$.

Cet indice peut être évalué de façon simple dans un certain nombre de configurations bien définies : échange d'énergie réverbérée entre deux salles mitoyennes, loi de masse, paroi inerte...

3.1.1.4 Champ direct, champ diffus

Compte tenu de la différence fondamentale qui existe entre les intensités d'une onde progressive et celle d'une onde diffuse [1], on sera conduit à étudier séparément les phénomènes de transmission dus aux **ondes directes** de ceux qui sont induits par le **champ réverbéré**. Les premiers peuvent être abordés à partir de lois géométriques tandis que les seconds font appel à des notions statistiques.

Toutefois, le passage de l'un à l'autre peut, dans certains cas, se faire par un calcul de moyenne spatiale des expressions relatives au comportement d'une onde plane dont les lois de transfert en fonction de l'angle d'incidence sont connues.

On retiendra également que, pour chacun de ces champs, les coefficients de transmission sont différents et que cette différence varie avec la nature plus ou moins résonnante de la paroi.

3.1.2 Définitions relatives aux comportements des parois

L'étude des lois de comportement des ondes en présence d'obstacle fait intervenir divers phénomènes acoustiques et mécaniques, généralement décrits par des relations dont la pertinence dépend de leurs conditions de mise en œuvre et, par conséquent, de leurs limites de validité. Ces limites reposent sur une description précise des déformations induites et font appel à différentes notions dont les plus importantes sont rappelées ici.

3.1.2.1 Paroi inerte, paroi oscillante, paroi flexible

Pour bien marquer la différence qui existe entre transmission par réflexion, transmission due au comportement oscillatoire des parois et échanges énergétiques dus aux ondes de flexion, on appellera **paroi inerte**, toute paroi qui ne donne pas lieu à des transmissions structurelles et dont les ondes de flexion ne jouent qu'un rôle négligeable dans l'énergie rayonnée.

À l'inverse, une paroi sera dite **flexible** si la contribution des ondes de flexion modifie de façon significative l'évaluation du niveau sonore global.

La paroi inerte pourra être **indéformable**, ne donnant lieu qu'à des ondes transmises par réflexion, ou **oscillante**, c'est-à-dire se comportant comme un oscillateur dont l'axe de déplacement reste constamment perpendiculaire à la paroi. L'étude des ondes de flexion stationnaires montrera que les parois oscillantes ont le même comportement que les parois flexibles rectangulaires fonctionnant suivant leur mode fondamental (mode 1,1).

De façon générale, les équations relatives au comportement des parois flexibles soumises à un champ d'excitation acoustique sont empruntées à la théorie des plaques minces couplées à un fluide léger. Ces relations sont établies :

- soit pour des plaques de dimensions infinies, ce qui permet d'interpréter de façon simple les phénomènes de coïncidence et de rayonnement des ondes de flexion ;

- soit pour des plaques de dimensions finies, ce qui autorise une approche plus réaliste des problèmes, en prenant en compte l'existence des modes de flexion.

Les équations obtenues par voie analytique montrent que les ondes de flexion de la plaque sous vide sont peu modifiées par la présence de la charge acoustique que constitue le rayonnement de paroi. Ce résultat permet une approche simplifiée du problème qui consiste à ignorer les effets de couplage air-paroi et à séparer l'étude de sa réponse vibratoire de celle de son rayonnement. (Il est courant de négliger l'impédance de rayonnement aval devant l'impédance de paroi, d'en déduire la vitesse vibratoire et, par suite, la puissance rayonnée).

3.1.2.2 Coïncidence fréquentielle, coïncidence spatiale

L'étude théorique de la réponse d'une paroi rectangulaire de dimensions finies à une excitation harmonique met en évidence l'importance du rapport entre le nombre d'onde acoustique k du champ incident et les nombres d'onde de flexion k_{mn} correspondant aux différents modes (m,n) de déformation de la paroi.

Plus intuitivement, on peut concevoir que les phénomènes de résonance dus aux ondes de flexion des parois seront amplifiés à chaque fois qu'il y aura coïncidence entre la longueur d'onde de l'excitation et celle de la vibration correspondant à un mode de résonance de paroi.

Ces effets de résonance peuvent donc se rencontrer :

- soit lorsque l'impédance de paroi passe par un minimum (ce qui se produit, par exemple, pour $\omega_{inc} = \omega_{mn}$). On parle alors de **coïncidence fréquentielle** ;

- soit par correspondance du nombre d'onde du milieu de propagation avec celui de la structure. C'est la **coïncidence spatiale** qui se traduit par une relation entre k_{inc} et k_{mn} .

Dans ces expressions, ω_{inc} et k_{inc} sont respectivement la pulsation et le nombre d'onde correspondant à la période séparant deux maximums de la pression (harmonique) qui s'exerce sur la paroi.

3.1.2.3 Parois résonnantes, parois rayonnantes

La caractéristique d'une paroi flexible fixée sur son pourtour est de générer, sous l'action des ondes de pression ou des contraintes mécaniques s'exerçant sur elle, des ondes de flexion stationnaires.

Ces ondes qui induisent des déformations transversales de la paroi sont caractérisées par leurs nombres d'onde k_{mn} .

Pour la plaque simplement posée, ces nombres d'onde sont :

$$k_{mn} = \sqrt{\left(\frac{m\pi}{X}\right)^2 + \left(\frac{n\pi}{Y}\right)^2}$$

Les modes vibratoires de la paroi sont à l'origine d'un rayonnement dont les caractéristiques varient fortement avec les fréquences d'excitation.

L'énergie rayonnée étant proportionnelle à la résistance de rayonnement et au carré de la vitesse vibratoire, le maximum de rayonnement a toutes les chances de coïncider avec les valeurs maximales de l'une ou l'autre de ces grandeurs.

Or, la résistance de rayonnement, négligeable au-dessous d'une fréquence dite critique (f_c), devient très importante au voisinage de cette fréquence et reste supérieure à l'unité (en valeur réduite) pour les fréquences supérieures à f_c .

Quant à la vitesse vibratoire, elle passe par un maximum pour chaque mode de résonance de paroi et devient particulièrement intense dans les situations de coïncidence.

On sera donc amené à établir une distinction entre les modes rayonnants et les modes résonnants.

De façon générale, on constate que les modes dont la fréquence est inférieure à la fréquence critique sont résonnants et peu rayonnants tandis que ceux qui sont situés au-dessus sont plutôt rayonnants.

Au voisinage de la fréquence critique on parle de modes hyper-rayonnants.

Enfin, dans les cas de coïncidence spatiale, on introduit la notion de modes fortement excités.

3.1.2.4 Facteur de rayonnement modal

Contrairement aux sources élémentaires (monopôles, membranes encastrées, tuyaux ouverts) dont le rayonnement peut être modélisé avec une bonne approximation, le rayonnement des plaques obéit à des lois dont la complexité s'explique, en partie, par la diversité des modes propres qui peuvent prendre naissance au sein de sa structure.

Si l'on s'en tient strictement aux modes de flexion, on se trouve en présence d'une suite de nombres d'onde donnant lieu à des comportements spécifiques de la paroi.

À chaque mode k_{mn} (ou k'_{mn}) correspond une pulsation critique modale ω_{mn} (ou ω'_{mn}).

Quand le nombre d'onde acoustique k a la même valeur que l'un des modes de la plaque, il peut y avoir renforcement de l'amplitude vibratoire de la plaque et augmentation de la puissance rayonnée (proportionnelle au carré de la vitesse vibratoire).

Pour caractériser ce rayonnement, il est nécessaire de connaître l'impédance de rayonnement de la paroi et l'amplitude de sa vitesse, mais cette évaluation est délicate car, pour un mode donné, les deux grandeurs diffèrent d'un point à l'autre de la paroi : la vitesse vibratoire passe par des maximums et des minimums et l'impédance de rayonnement d'un élément de surface peut se trouver modifiée par celle d'une portion de surface voisine. C'est le phénomène d'**impédance mutuelle de rayonnement** qui prend une importance de plus en plus grande au fur et à mesure que la fréquence croît.

Une façon utile de caractériser l'impédance de rayonnement consiste à évaluer globalement la puissance rayonnée par la structure. Cette approche est facilitée par l'introduction d'un **facteur de rayonnement modal**.

Ce facteur est défini comme le **rapport de la puissance rayonnée par un élément de structure vibrante de surface S à la puissance rayonnée par un piston plan de même surface aux fréquences élevées** $[ka \gg 1 \rightarrow R_1(2ka) = 1]$:

$$\sigma_{mn} = \frac{E_r}{E_{PP}} = \frac{E_r}{\rho_0 c S R_1 v_0^2} = \frac{E_r}{\rho_0 c S \langle v^2 \rangle_s}$$

avec E_r puissance effective rayonnée par la plaque,

E_{PP} puissance rayonnée par un piston plan encastré de même surface.

Ce facteur est homogène à une impédance de rayonnement réduite. Sa variation fait l'objet d'études théoriques qui révèlent des profils caractéristiques dont la figure 49 donne un exemple.

3.1.2.5 Facteur de perte

Lorsqu'un oscillateur passe du régime forcé au régime libre, il revient à son état d'équilibre en oscillant à sa pseudo-fréquence. Au cours de cette phase, son énergie interne passe sa valeur potentielle initiale à une valeur finale nulle.

Le **facteur de perte** d'un oscillateur est défini comme le rapport de l'énergie dissipée au cours d'une période à l'énergie potentielle initiale.

Ainsi, dans l'exemple du système masse-ressort étudié au paragraphe 1.1.2.3, l'énergie potentielle initiale est l'énergie stockée dans le ressort. Cette énergie est égale à l'énergie totale dissipée par le piston au cours de son retour à l'état initial [relation (1)].

Le **facteur de perte** d'un oscillateur peut donc être également défini comme le **rapport de l'énergie perdue au cours d'une période à l'énergie totale dissipée**.

L'énergie dissipée au cours d'une période a pour expression :

$$W_{2\pi} = \frac{R_0}{2\pi} \int_0^{2\pi} x_0^2 \omega^2 \cos^2 \omega t \frac{d(\omega t)}{\omega} = \frac{1}{2} R_0 x_0^2 \omega$$

et le facteur de perte correspondant vaut alors :

$$\eta = \frac{W_{2\pi}}{W_k} = \frac{1}{2} R_0 x_0^2 \omega / \frac{1}{2} k_m x_0^2 = \frac{R_0 \omega}{k_m}$$

■ Notation complexe

Lorsqu'un oscillateur d'impédance Z_m est soumis à une force harmonique F , sa vitesse vibratoire est donnée par : $v = F/Z_m$.

Le déplacement de la masse a donc pour amplitude :

$$x = \frac{v}{j\omega} = \frac{F}{j\omega R_0 + k_m - m\omega^2} = \frac{F}{k_m \left(1 - \frac{\omega^2}{\omega_0^2} + j\eta\right)}$$

Pour distinguer les effets de la puissance rayonnée de ceux de la puissance dissipée dans la structure, on peut introduire également un facteur de perte par rayonnement η_r et un facteur de perte structurel η_s , ce qui permet, dans les situations où l'on néglige les interactions fluide-structure, d'évaluer les niveaux rayonnés par le rapport :

$$\frac{\eta_r}{\eta} = \frac{\eta_r}{\eta_s + \eta_r} = \frac{\rho_0 c S R_1 v^2}{\omega \eta_s \rho_s S v^2 + \rho_0 c S R_1 v^2} = \frac{\rho_0 c R_1}{\omega \eta_s \rho_s + \rho_0 c R_1}$$

Cette fraction donne une idée de l'importance relative des coefficients d'absorption et de transmission d'une paroi. Elle tend vers zéro pour les parois principalement dissipatives et se rapproche de l'unité quand les parois deviennent fortement rayonnantes.

3.2 Transmission des ondes planes à travers les parois planes

Pour faire suite aux notions développées dans le paragraphe 3.1, on étudiera séparément les lois de transmission relatives au champ direct et au champ diffus en les appliquant successivement aux parois inertes et aux parois flexibles.

Dans une première partie, on se limitera à des cas simples dans lesquels les ondes sonores sont transmises :

- soit par réfraction sur des cloisons immobiles ;
- soit par résonance unidirectionnelle d'un élément de paroi.

Dans la seconde partie on étudiera les conséquences de l'apparition d'ondes de flexion sur les parois **indéfinies**, c'est-à-dire en l'absence de tout comportement modal dû à l'établissement d'ondes stationnaires induites par les conditions limites de la structure.

3.2.1 Transparence des parois inertes

Conformément à la définition du paragraphe précédent, une paroi peut être considérée comme inerte si les déformations qu'elle subit sous l'action des ondes acoustiques sont négligeables et ne donnent lieu à aucun rayonnement.

3.2.1.1 Transmission par réfraction

Compte tenu des notions développées au paragraphe 1 on sait que les parois de ce type sont caractérisées par :

- un coefficient de réflexion globale \mathcal{R} ;
- un coefficient de transmission structurelle $\tau_1 = 1 - \mathcal{R}$.

L'énergie transmise se décompose elle-même en trois parties (figure 41) :

- une partie dissipée ou propagée dans la structure D ;
- une partie réfléchi sur la seconde face de la paroi \mathcal{R}_1 ;
- une partie transmise de l'autre côté de la paroi τ_2 .

Seule la dernière composante participe aux phénomènes de transparence, mais sa contribution est généralement faible. En effet, dans le cas d'une paroi non dissipative, d'impédance caractéristique $\rho_p c_p$, les ondes normales transmises aux interfaces air-paroi sont caractérisées par l'égalité des coefficients de réflexion : $\mathcal{R} = \mathcal{R}_1 = \mathcal{R}'_1$, etc.

Si l'on néglige les réflexions-transmissions successives dues à \mathcal{R}'_1 on aura comme valeurs significatives :

- la puissance transmise en salle 2 :

$$E_t = \tau_1 \tau_2 E_i \quad (E_i \text{ est la puissance de l'onde incidente})$$

- la puissance réinjectée en salle 1 :

$$E_r = (\mathcal{R} + \tau_1 \mathcal{R}_1 \tau'_1) E_i$$

L'importance de ces ondes secondaires dépend exclusivement de la valeur constante $\rho_M c_M$ du matériel constitutif de la paroi.

Le tableau 9 donne quelques valeurs caractéristiques de $\rho_M c_M$ et les coefficients \mathcal{R} et τ dus à ces matériaux vis-à-vis d'une onde aérienne arrivant sous incidence normale.

Les valeurs de ce tableau montrent que, en dehors des cloisons légères, la contribution de cette forme de transmission est le plus souvent négligeable.

La mise en vibration d'une paroi par une onde acoustique dépend de l'impédance mécanique de la paroi, mais également des caractéristiques de l'onde incidente (fréquence, inclinaison, forme du front d'onde). Pour mettre en évidence les lois de comportement propres à cette paroi, il est raisonnable de se limiter, dans un premier temps, au cas d'une onde plane arrivant sous incidence normale et exerçant une pression homogène.

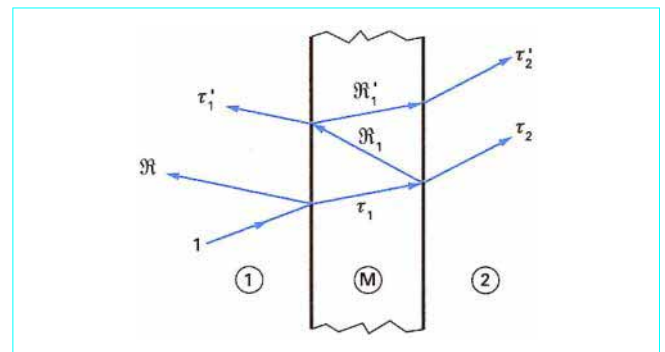


Figure 41 – Décomposition schématique des ondes transmises et réfléchies dans une paroi d'épaisseur finie

Tableau 9 – Coefficients de transmission sous incidence normale de quelques matériaux utilisés en isolation acoustique

Matériaux		ρ_M	c_M	$1 - R$ (%)	$10 \lg \tau$ (dB)
Brique	Pleine	1 800	2 100	0,43	- 33,6
Béton	cellulaire	600	1 900	1,44	- 28
Béton	léger	1 300	1 800	0,7	- 32
Béton	lourd	2 300	3 300	0,22	- 38
Ciment	léger	1 400	3 300	0,35	- 34,5
Ciment	lourd	2 200	3 750	0,2	- 37
Plâtre	plein	1 200	2 400	0,57	- 32,4
Plâtre	alvéolé	650	2 100	1,2	- 29,2
Polystyrène	léger	500	2 000	1,64	- 28
Polystyrène	lourd	1 000	2 350	0,82	- 31
Polystyrène	expansé	25	350	171	- 8
Marbre		3 000	4 000	0,14	- 39
Verre		2 500	5 000	0,13	- 39
Sable		1 500	150	7,26	- 21
Caoutchouc	visqueux	1 000	300	5,45	- 22,6
Caoutchouc	élastique	1 000	2 000	0,82	- 31
Plexiglas		1 180	2 700	0,52	- 33
Chêne	léger	700	1 500	1,56	- 28
Chêne	dense	1 000	3 500	0,47	- 33
Pin sapin	léger	400	1 650	2,48	- 26
Pin sapin	dense	550	3 200	0,93	- 30
Contreplaqué		600	3 150	0,87	- 30
Aggloméré		650	2 800	0,9	- 30,5
Liège		240	500	13,6	- 19

3.2.1.2 Transparence acoustique d'un élément de paroi dans un tuyau de longueur infinie

Afin de donner une représentation concrète aux conditions d'incidence normale et de pression homogène, on se propose de déterminer au préalable la transparence acoustique d'un résonateur placé dans un tuyau de section constante et de longueur infinie.

L'élément résonnant peut être un piston plan ou une membrane fonctionnant suivant son mode fondamental.

Considérons un élément plan d'impédance mécanique $Z_m = R_m + j(m\omega - k_m / \omega)$ pouvant vibrer en piston plan un tube de longueur infinie (figure 42).

En l'absence de cet élément, la pression induite en x_M par une source placée en x_S vaut :

$$p_1 = \rho_0 c v_{inc}$$

avec v_{inc} vitesse particulière de l'onde plane progressive.

Une onde issue de S exerce sur l'élément résonnant une pression p'_1 égale à (cf. § 1.1.3.3) :

$$p'_1 = (1 + R_p) p_1$$

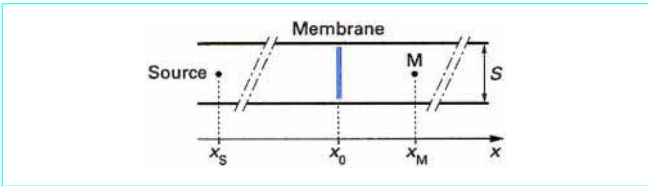


Figure 42 – Modèle utilisé pour définir la transparence d'une paroi oscillante soumise à un champ d'ondes planes

L'impédance de rayonnement (aval) du piston étant égale à $\rho_0 c S$, son impédance apparente (vue du côté de la source) sera :

$$\rho_0 c S \underline{z} = \underline{Z}_m + \rho_0 c S$$

D'où la vitesse vibratoire sous l'action de p'_1 :

$$v_0 = \frac{S p'_1}{|Z_m + \rho_0 c S|}$$

La pression induite en M vaut alors :

$$p_2 = \frac{2\rho_0 c S p_1}{2\rho_0 c S + R_m + j\left(m\omega - \frac{k_m}{\omega}\right)}$$

La transparence acoustique du piston pouvant être définie par le module du rapport entre la pression transmise p_2 et la pression incidente p_1 que l'on aurait en l'absence de piston, on obtient, en définitive :

$$\left|\frac{p_2}{p_1}\right| = \frac{2\rho_0 c S}{\sqrt{(2\rho_0 c S + R_m)^2 + \left(m\omega - \frac{k_m}{\omega}\right)^2}} \quad (16)$$

ou encore, en notation réduite :

$$\tau = \left|\frac{p_2}{p_1}\right| = \frac{2}{\sqrt{(2+r)^2 + x^2}}$$

r et x étant respectivement les parties réelle et imaginaire de l'impédance réduite ($Z_m/\rho_0 c S$) du piston.

De cette expression, on peut déduire l'indice d'affaiblissement [1] dû à l'élément de paroi introduit dans le tube.

$$R = 10 \lg \frac{1}{\tau} = 20 \lg \left|\frac{p_1}{p_2}\right| = 10 \lg \frac{(2+r)^2 + x^2}{4}$$

3.2.1.3 Transparence acoustique d'une paroi oscillante encastrée dans un plan infini

Le problème précédent n'ayant pas directement d'application pratique, il peut être repris et adapté à la résolution d'un problème plus concret : celui de la transparence d'un orifice (obturé ou non par un élément oscillant) dans une paroi épaisse.

Soient une source monopolaire S et un point de mesure M séparés par une paroi d'impédance infinie (figure 43).

La droite SM étant perpendiculaire à la paroi, on perce celle-ci d'un orifice circulaire de rayon a et l'on ferme l'ouverture par un piston plan d'impédance Z_m .

On se propose d'établir les relations de transparence acoustique du piston sous incidence normale. Comme dans l'exemple précédent, le piston reçoit une onde incidente, issue de la source S, dont la valeur quadratique est :

$$p_0^2 = \rho_0 c \frac{E}{4\pi r_0^2}$$

De même qu'en l'absence d'écran le point M serait soumis à une pression quadratique :

$$p_1^2 = \rho_0 c \frac{E}{4\pi r_1^2}$$

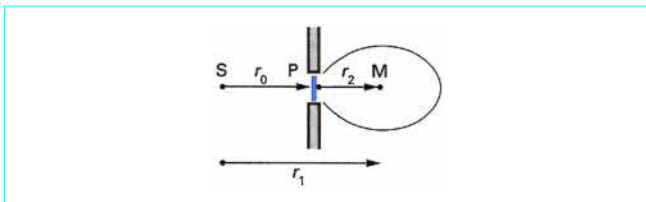


Figure 43 – Extension du modèle de la figure 42 à la transmission du son à travers un orifice fermé par un élément résonnant

L'impédance mécanique du piston chargé par son impédance de rayonnement aval vaut :

$$Z_0 = Z_m + (R_r + jX_r) = \rho_0 c Z_0$$

La pression exercée sur le piston a donc pour valeur :

$$p_P = (1 + \mathcal{R})p_0 = \frac{2Z_0}{1 + Z_0} p_0$$

On peut en déduire :

— la vitesse vibratoire du piston :

$$v_0 = \frac{S p_P}{Z_0} = \frac{p_0}{\rho_0 c Z_0} \frac{2Z_0}{1 + Z_0} = \frac{2p_0}{\rho_0 c |1 + Z_0|}$$

— la puissance acoustique rayonnée vers M :

$$E_2 = \rho_0 c S R_1 v_0^2$$

— la pression quadratique au point M :

$$p_2^2 = \rho_0 c \frac{E_2 Q}{4\pi r_2^2} \text{ avec } Q = \frac{k^2 a^2}{R_1}$$

$$\text{D'où } p_2 = \frac{k a^2}{|1 + Z_0| r_2} p_0.$$

On peut donc exprimer à nouveau la transparence de la membrane à partir du rapport p_2/p_1 .

$$\left|\frac{p_2}{p_1}\right| = \frac{k a^2 r_1}{|1 + Z_0| r_0 r_2}$$

On note que pour les fréquences élevées ($R_1 \rightarrow 1$, $X_1 \rightarrow 0$) Z_0 prend la même valeur que dans le cas précédent et $|1 + Z_0| \rightarrow \sqrt{(2+r)^2 + x^2}$.

Quand $r_0 \gg r_2$ on peut admettre que $r_1 \approx r_0$ et que :

$$\left|\frac{p_2}{p_1}\right| = \frac{k a^2}{|1 + Z_0| r^2}$$

Une différence essentielle entre cette configuration et la précédente apparaît dans le fait que, si l'onde incidente peut être assimilée à une onde plane, il n'en est pas de même en ce qui concerne l'onde transmise. Celle-ci rayonne suivant des lois analogues à celles du piston plan encastré, ce qui a pour principales conséquences :

- un faible rayonnement aux basses fréquences (résistance de rayonnement proportionnelle à $k^2 a^2$) ;
- une forte directivité aux fréquences élevées.

3.2.1.4 Introduction de la loi de masse

La loi de masse peut, dans une première approche, être présentée comme une utilisation simplifiée des relations (15) et (16).

Ces formules, établies pour des éléments (pistons, membranes, plaques) excités sous incidence normale et agissant comme des oscillateurs simples, ne sont pas applicables directement aux plaques de grandes dimensions, ou aux parois séparant deux locaux.

Dans les situations réelles, aucun des deux modèles précédents ne peut traduire la complexité des mécanismes de transfert d'énergie qui se produisent à l'interface du fluide et de la structure. Toutefois, si l'on admet que l'évolution du coefficient de transmission suit grossièrement les mêmes lois que celles qui ont été décrites dans le modèle simplifié, il peut être fructueux d'étudier l'allure de ses variations.

On écrit alors :

$$R = 10 \lg \frac{1}{\tau} = 10 \lg \left(\frac{p_1}{p_2} \right)^2$$

$$\text{soit : } R = 10 \lg \left\{ \frac{(R_m + 2\rho_0 c S)^2 + m^2 \omega^2 \left(1 - \frac{\omega_0^2}{\omega^2} \right)^2}{(2\rho_0 c S)^2} \right\} \quad (17)$$

Si, de plus, on estime que l'amortissement interne de la paroi est négligeable par rapport à son rayonnement, l'expression de l'indice d'affaiblissement se réduit à :

$$R = 10 \lg \left\{ 1 + \left[\frac{m\omega}{2\rho_0 c S} \left(1 - \frac{\omega_0^2}{\omega^2} \right) \right]^2 \right\}$$

On peut alors distinguer 3 cas :

— aux très basses fréquences ($\omega \ll \omega_0$) :

$$R = 10 \lg \left\{ 1 + \left(\frac{k_m}{(2\rho_0 c S \omega)} \right)^2 \right\} \approx 20 \lg \frac{k_m}{(2\rho_0 c S \omega)}$$

La courbe $R(\omega)$ décroît de : $20 \lg 2 = 6 \text{ dB}$ par octave ;

— au voisinage de ω_0 on tombe sur la résonance fondamentale de paroi. L'indice R dépend alors de R_m qui ne peut plus être négligé ;

— aux fréquences élevées ($\omega \gg \omega_0$), R_m devient à nouveau négligeable (devant $m\omega$). On aboutit alors à :

$$R \approx 10 \lg \left\{ 1 + \left(\frac{m\omega}{2\rho_0 c S} \right)^2 \right\} \quad (18)$$

Plus la fréquence croît, plus R se rapproche de $20 \lg \frac{m\omega}{2\rho_0 c S}$.

La courbe est asymptotique à une droite dont la pente est de 6 dB/octave.

Ce comportement s'appelle la **loi de masse**.

Son expression est obtenue sur la base d'un certain nombre d'hypothèses simplificatrices qui sont :

- indice d'affaiblissement établi pour une onde plane sous incidence normale ;
- paroi vibrant sur son mode fondamental ;
- $R_m \ll 2\rho_0 c S$ ou $R_m \ll k_m/\omega$ ou $R_m \ll m\omega$.

En pratique, on constate que le modèle est approximatif et que la courbe $R(\omega)$ obtenue s'en écarte sur plusieurs points (figure 44) :

- aux très basses fréquences, la pente de la décroissance est moins marquée que la pente théorique de -6 dB/octave ;
- au voisinage de la fréquence fondamentale de paroi (ω_0), on observe souvent plusieurs minimums successifs correspondant aux premiers modes de résonances de paroi (ω_{11} , ω_{12} , ω_{21} , etc.) ;
- aux fréquences plus élevées, la loi de masse est observée mais la pente se situe aux alentours de 4 à 5 dB/octave ;
- pour les fréquences supérieures un phénomène nouveau apparaît, c'est le **phénomène de coïncidence**. Ce phénomène, qui n'est pas propre à l'incidence normale sera décrit dans le paragraphe suivant.

3.2.2 Phénomènes de transparence induits par les ondes de flexion non stationnaires

Ce paragraphe a pour but d'étudier le comportement d'une paroi plane homogène séparant deux fluides légers (air) dans l'hypothèse où des sources acoustiques situées en amont induisent des ondes de flexion sur la paroi. Dans ce cas, la principale source de rayon-

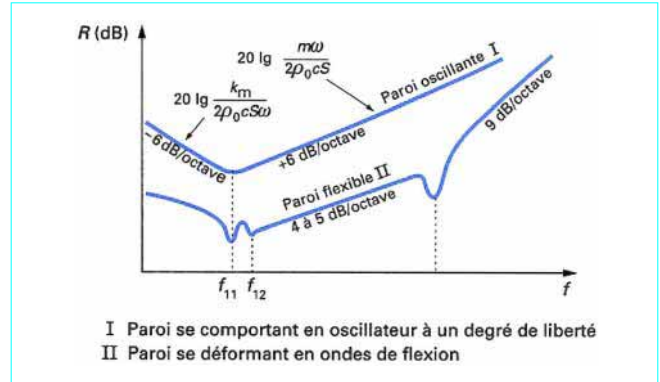


Figure 44 – Indice d'affaiblissement théorique d'une paroi soumise à une onde incidente plane

nement en aval de la paroi est due à la présence de ces ondes. Elles sont à l'origine de lois spécifiques qu'il convient de connaître si l'on veut donner une interprétation correcte aux résultats de mesure et proposer des solutions efficaces.

Afin de mieux comprendre l'origine, la nature et les conséquences des phénomènes de transmission générés par les ondes de flexion, il est d'usage d'étudier successivement :

- le comportement de la paroi flexible non bornée excitée par un champ d'ondes planes ;
- le comportement de la paroi flexible bornée excitée par un champ d'ondes planes ;
- le comportement de la paroi flexible bornée excitée par un champ diffus.

L'étude de la paroi non bornée met en évidence les effets de coïncidence, l'existence d'une fréquence critique et la notion d'efficacité de rayonnement.

La prise en compte des conditions limites (du type posées ou encastrees) montre le rôle des déformations modales sur les fréquences de coïncidences et le facteur de rayonnement.

Le passage du champ direct au champ diffus met en évidence l'importance relative des paramètres dépendant de l'angle d'incidence et leur évolution lors du calcul des moyennes spatiales.

Pour toute cette partie, on adoptera les notations suivantes (figure 45).

3.2.2.1 Notations

■ Indices

- 1 pour le milieu source (ondes incidentes et réfléchies) ;
- 2 pour le milieu récepteur (ondes transmises) ;
- f pour les ondes de flexion de la paroi acoustiquement chargée ;
- f_v pour les ondes de flexion de la paroi sous vide.

■ Célérités

- $c_1 = c_2 = c$ pour la célérité du son dans l'air ;
- c_f pour la célérité des ondes de flexion.

■ Nombres d'onde

- $k_1 = \frac{\omega}{c} = \sqrt{k_{1x}^2 + k_{1y}^2 + k_{1z}^2}$ pour le milieu incident ;
- $k_2 = \frac{\omega}{c} = \sqrt{k_{2x}^2 + k_{2y}^2 + k_{2z}^2}$ pour l'onde transmise ;
- $k_f = \frac{\omega}{c_f} = \sqrt{k_{fx}^2 + k_{fy}^2}$ pour l'onde de flexion de la paroi.

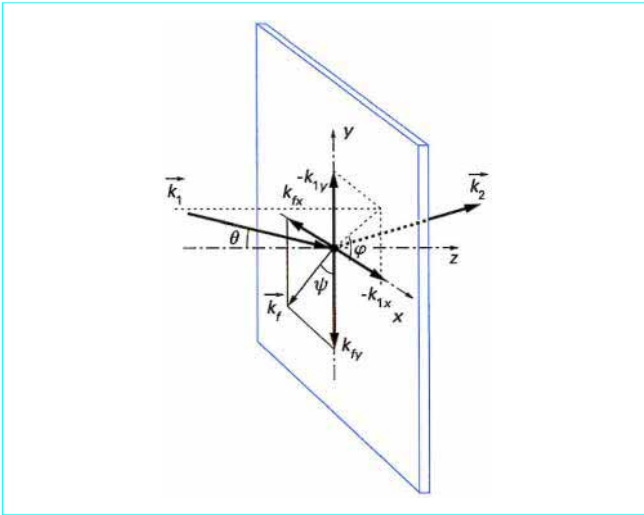


Figure 45 – Notations utilisées pour l'étude de la transparence des parois flexibles

■ Pressions acoustiques

- $p_1(x, y, z)$ est la pression exercée en amont de la plaque ($p_i + p_r$) ;
- $p_2(x, y, z)$ est la pression exercée en aval (p_t) ;

- $\sigma = Re \left[\frac{Z_R}{\rho_0 c s} \right]$ est la résistance de rayonnement réduite ou

le facteur de rayonnement de la paroi ;

- ρ_0 est la masse volumique de l'air, ρ_s est la masse surfacique de la plaque ; $s(x, y)$ est le déplacement normal de la paroi vibrant en flexion (composante suivant l'axe Oz).

- $B = \frac{Eh^3}{12(1-\nu^2)}$ est le module de flexion de la plaque.

Par ailleurs, on rappelle (cf. § 4 en fin d'article) que la célérité des ondes de flexion pour la plaque sous vide est :

$$c_{fv} = 4 \sqrt{\frac{\omega^2 B}{\rho_s}}$$

Nota : pour une paroi séparant deux milieux homogènes constitués d'air, il est d'usage de négliger le couplage fluide-structure ce qui revient à assimiler k_f à k_{fv} .

\vec{k}_1 et \vec{k}_2 ont le même module tant que la célérité est la même dans les deux locaux c'est-à-dire en l'absence de différences notables de température ou de composition (vapeur d'eau, atmosphère chargée de poussière, en solvants, etc.).

\vec{k}_1 et \vec{k}_2 diffèrent par leur direction de propagation.

3.2.2.2 Facteur de rayonnement

Avec les notations précédentes, la pression transmise a pour expression :

$$p_2 = p_{2x}(x)p_{2y}(y) \exp(-jk_z z)$$

De la condition limite en $z = 0$: $\frac{\partial p_2}{\partial z} = \rho_0 \omega^2 s = jk_z p_2$, on tire l'expression de l'impédance acoustique spécifique :

$$Z_{rs} = \frac{p_2}{j\omega s} = \frac{\rho_s \omega}{k_z}$$

$$\text{d'où : } \sigma = Re \left[\frac{Z_{rs}}{\rho_0 c} \right] = Re \left[\frac{k}{k_z} \right]$$

On démontre que, lorsque la paroi est le siège d'ondes de flexion progressives, k_z devient égal à $\sqrt{k_{fv}^2 - k^2}$. L'efficacité de rayonnement s'écrit alors :

$$\sigma_{fp} = Re \left[\frac{k}{\sqrt{k_{fv}^2 - k^2}} \right]$$

Trois cas sont à distinguer (figure 46) :

— pour $k_{fv} > k \Rightarrow (\omega < \omega_c)$, on a :

$$\sigma_{fp} = Re \left[\frac{k}{\sqrt{k_{fv}^2 - k^2}} \right] = \frac{1}{\sqrt{1 - (\omega/\omega_c)^2}}$$

le facteur de rayonnement est supérieur à 1 ;

— pour $k_{fv} < k \Rightarrow (\omega > \omega_c)$, $\frac{k}{\sqrt{k_{fv}^2 - k^2}}$ devient imaginaire et

$\sigma_{fp} = 0$, l'onde de flexion propagative ne donne lieu à aucun rayonnement ;

— pour $k_{fv} = k \Rightarrow (\omega = \omega_c)$ $\sigma_{fp} \rightarrow \infty$ l'onde est hyper-rayonnante.

3.2.2.3 Transparence acoustique de la paroi flexible non amortie

Quand une onde plane tombe sous incidence oblique sur une paroi, celle-ci devient le siège de maximums et de minimums de pression. Les lieux de ces maximums sont des droites équidistantes dont l'écartement dépend de la longueur d'onde incidente.

Quand cet écartement devient égal à la longueur d'onde des ondes de flexion il y a renforcement de l'amplitude vibratoire de la paroi et accroissement du facteur de transmission. On dit qu'il y a **coïncidence**.

■ Fréquence de coïncidence et fréquence critique d'une paroi

La fréquence de coïncidence est la fréquence pour laquelle la projection du nombre d'onde acoustique dans le plan de la paroi est égal au nombre d'onde de flexion.

Mathématiquement, cette condition se traduit par (figure 47) :

$$\lambda_f \sin \theta = \lambda$$

avec λ_f longueur d'onde des ondes de flexion de la paroi,
 θ angle d'incidence de l'onde plane,
 λ longueur d'onde acoustique.

Compte tenu de l'expression de la célérité des ondes de flexion (cf. § 4 en fin d'article), on peut écrire :

$$\frac{c}{f} = \frac{c_f}{f} \sin \theta = \frac{\sqrt{\omega}}{f} 4 \sqrt{\frac{B}{\rho_s}} \sin \theta$$

soit en élevant au carré : $c^2 = 2\pi f \sqrt{\frac{B}{\rho_s}} \sin^2 \theta$.

La valeur de f vérifiant cette équation est, par définition, la fréquence de coïncidence :

$$f_{coinc} = \frac{c^2}{2\pi \sin^2 \theta} \sqrt{\frac{\rho_s}{B}} \quad (19)$$

Le phénomène de coïncidence peut se produire à différentes fréquences. La plus basse de ces fréquences est appelée la **fréquence critique**.

Elle correspond à la valeur maximale que peut prendre $\sin \theta$, c'est-à-dire, formellement, à $\theta = \pi/2$.

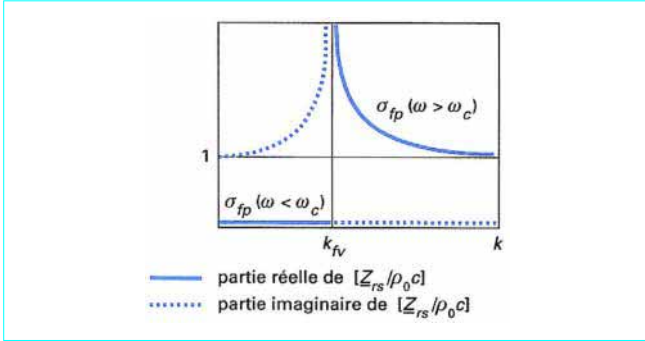


Figure 46 – Facteur de rayonnement théorique de la plaque indéfinie

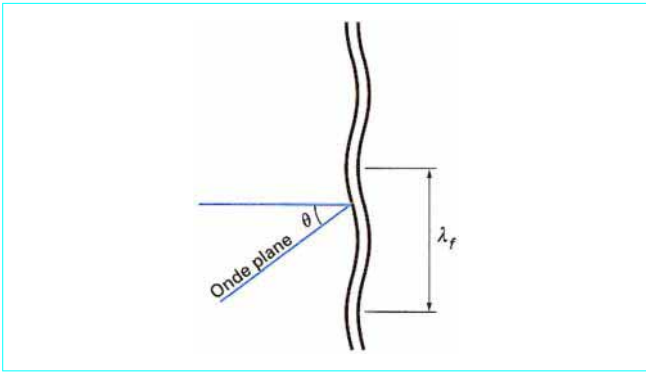


Figure 47 – Schéma illustrant la notion de coïncidence

Nota : compte tenu des phénomènes particuliers qui se produisent sous incidence rasante [1], il serait incorrect de définir la fréquence critique comme une fréquence de coïncidence correspondant à l'incidence rasante.

L'équation (19) permet d'évaluer cette fréquence critique :

$$f_c = \frac{c^2}{2\pi} \sqrt{\frac{\rho_s}{B}} \quad (20)$$

3.2.2.4 Coefficient de transmission d'une onde oblique à travers une paroi non amortie

En traduisant l'effet d'incidence par l'introduction d'une célérité apparente $c' = c/\cos \theta$ et en reprenant les notations définies au paragraphe 3.2.2.1 on peut à nouveau écrire le coefficient de transmission sous la forme :

$$\tau = \frac{(2\rho_0 c' S \omega)^2}{2\rho_0 c' S \omega - j(SBk_f^4 - m\omega^2)^2}$$

On peut également exprimer ce coefficient en fonction de la pulsation de coïncidence :

$$\omega_{co} = \frac{c^2}{\sin^2 \theta} \sqrt{\frac{\rho_s}{B}}$$

$$\text{On écrit alors : } Bk_f^4 = Bk^4 \sin^4 \theta = \rho_s \frac{\omega^4}{\omega_{co}^2}$$

d'où en donnant à c' sa valeur :

$$\begin{aligned} \tau &= \frac{(2\rho_0 c S \omega)^2}{(2\rho_0 c S \omega)^2 + \left(m\omega^2 - m\frac{\omega^4}{\omega_{co}^2}\right) \cos^2 \theta} \\ &= \frac{(2\rho_0 c S)^2}{(2\rho_0 c S)^2 + m^2 \omega^2 \left(1 - \frac{\omega^2}{\omega_{co}^2}\right) \cos^2 \theta} \end{aligned}$$

L'indice d'affaiblissement de la paroi non amortie prend alors la forme :

$$R = 10 \lg \left[1 + \left(\frac{m}{2\rho_0 c S} \omega \cos \theta \right)^2 \left(1 - \frac{\omega^2}{\omega_{co}^2} \right)^2 \right]$$

qui devient dans les conditions d'application de la loi de masse

$$R = 10 \lg \frac{m \omega \cos \theta}{2\rho_0 c S} \left(1 - \frac{\omega^2}{\omega_{co}^2} \right) \quad (21)$$

3.2.2.5 Transparence acoustique de la paroi flexible amortie

L'équation (21), établie pour une paroi non amortie met en évidence un effet de transparence maximale à la fréquence de coïncidence. Il n'y a plus, au voisinage de cette fréquence, prédominance de l'effet de masse et il devient nécessaire pour mieux connaître le comportement de la paroi de prendre en compte le facteur de perte structurel.

Le calcul est conduit sur le même principe que celui du paragraphe précédent. Le terme d'amortissement apparaît sous la forme d'une résistance mécanique :

$$R'_m = \eta_s m \omega \left(\frac{\omega}{\omega_{co}} \right)^2$$

avec η_s facteur de perte.

L'introduction de ce terme dans les équations précédentes conduit à l'expression de l'indice d'affaiblissement de la paroi amortie excitée par une onde plane sous incidence oblique.

$$R = 10 \lg \frac{(R'_m \cos \theta + 2\rho_0 c S)^2 + m^2 \omega^2 \left[1 - \left(\frac{\omega}{\omega_{co}} \right)^2 \right]^2 \cos^2 \theta}{(2\rho_0 c S)^2}$$

ω_{co} étant la pulsation de coïncidence définie par :

$$\omega_{co} = \frac{c^2}{\sin^2 \theta} \sqrt{\frac{\rho_s}{B}} \Rightarrow \left(\frac{\omega}{\omega_{co}} \right)^2 = \frac{\omega^2 \sin^4 \theta}{c^4} \frac{B}{\rho_s}$$

Dans ce cas où le terme en $m \omega \left(\frac{\omega}{\omega_{co}} \right)^2$ est prépondérant par rapport aux termes dissipatifs (prédominance de la raideur B), l'indice d'affaiblissement de la paroi se réduit à :

$$R = 20 \lg \frac{m \omega \left(\frac{\omega}{\omega_{co}} \right)^2 \cos \theta}{2\rho_0 c^5} \text{ soit : } R = 20 \lg \frac{\omega^3 \sin^4 \theta \cos \theta B}{2\rho_0 c^5}$$

L'indice d'affaiblissement croît, dans ces conditions, suivant une loi en $60 \lg \omega$ ce qui correspond à une pente de 18 dB/octave (figure 48).

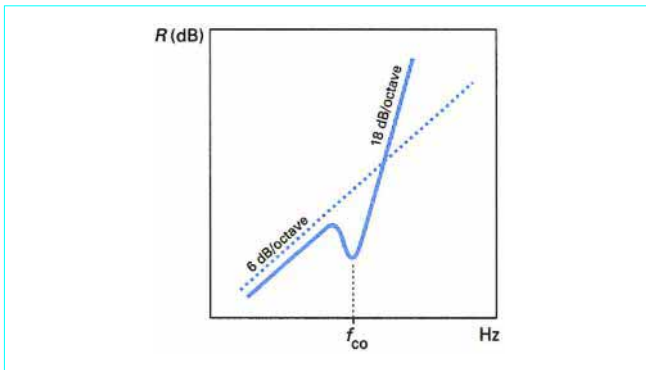


Figure 48 – Allure typique de la variation de l'indice d'affaiblissement d'une plaque non bornée soumise à une onde incidente plane

3.2.2.6 Conséquences pratiques

On retiendra de cette première approche du comportement (non modal) des parois minces que les ondes de flexion progressives donnent lieu à plusieurs phénomènes importants :

- l'existence d'une fréquence critique, définie par l'égalité entre le nombre d'onde acoustique de l'onde incidente (k) et celui de l'onde de flexion (k_{fv}) de la plaque ;
- les propriétés rayonnantes de la plaque quand la fréquence d'excitation est supérieure à la fréquence critique ;
- l'absence de rayonnement au-dessous de cette fréquence ;
- l'excès de rayonnement à son voisinage immédiat.

Le calcul de la fréquence critique fait intervenir l'épaisseur de la paroi, sa masse surfacique et son module de flexion, mais il peut également être conduit à partir du module de Young et de la masse volumique ou de la célérité des ondes longitudinales.

Ainsi, pour une paroi dont le coefficient de Poisson vaut $\nu = 0,2$, on doit trouver :

$$f_c = \frac{c^2}{2\pi} \sqrt{\frac{\rho_s}{B}} = \frac{c^2}{1,85h} \sqrt{\frac{\rho_m}{E}}$$

De façon plus générale, la relation entre les deux célérités, le coefficient de Poisson ν , l'épaisseur de la plaque h et la fréquence f est présentée sous la forme :

$$c_f/c_{11} = \sqrt{Khf}$$

K étant une constante comprise entre 1,8 et 1,9 comme l'indique la dernière ligne du tableau 11 de l'annexe A située en fin d'article.

On trouvera dans le tableau 10 quelques valeurs de fréquences critiques d'intérêt pratique.

Exemple : pour un mur de béton dont les constantes sont :

$\nu = 0,2$; $E = 25 \cdot 10^9$ Pa ; $\rho_m = 2\,300$ kg/m³ et $h = 0,1$ m

on doit trouver la fréquence critique au voisinage de :

$$f_c = \frac{340^2}{2\pi} \sqrt{\frac{230}{2,17 \cdot 10^6}} \approx 200 \text{ Hz}$$

Le même calcul appliqué à une cloison de contreplaqué de 1 cm d'épaisseur ($B = 460$ N · m et $\rho_s = 6$ kg/m²) conduit à une valeur de 2 100 Hz.

3.2.3 Comportement des parois flexibles rectangulaires

La différence essentielle entre les parois bornées et les parois indéfinies est l'apparition d'ondes stationnaires générées par les conditions limites induites par le mode de fixation de la plaque.

Pour les mêmes raisons que celles qui ont été énoncées à propos des diaphragmes (§ 2.1.1) on limitera le formalisme au cas de la plaque rectangulaire posée et l'on indiquera l'ordre de grandeur des coefficients de rayonnement obtenus pour la plaque encastrée.

Dans ces conditions, la solution de l'équation d'onde de la plaque est de la forme :

$$S_{mn}(x, y) = A_{mn} \sin \frac{m\pi}{X} x \sin \frac{n\pi}{Y} y$$

correspondant aux nombres d'onde modaux :

$$k_{mn}^2 = \left(\frac{m\pi}{X}\right)^2 + \left(\frac{n\pi}{Y}\right)^2 = k_x^2 + k_y^2$$

3.2.3.1 Conditions de rayonnement des plaques rectangulaires

La puissance rayonnée étant proportionnelle au carré de la vitesse vibratoire et à la partie réelle de l'impédance de rayonnement $Z_{r,mn}$ (ou à sa valeur réduite $\sigma_{mn} = Z_{r,mn}/\rho_0 c S$), il est raisonnable de prévoir l'apparition d'un fort rayonnement dans les trois configurations suivantes :

- 1) l'impédance mécanique de la plaque est minimale, ce qui se présente à chaque coïncidence fréquentielle : $\omega = \omega_{mn}$;
- 2) la résistance de rayonnement est maximale, ce qui, comme pouvait le laisser prévoir la figure 46, devrait se produire pour les fréquences supérieures à la valeur critique ;
- 3) l'onde incidente est en coïncidence spatiale avec l'une des composantes du nombre d'onde de flexion de la plaque.

La **première cause** de rayonnement se produit effectivement lorsque la fréquence d'excitation est égale à la fréquence fondamentale de flexion (mode 1,1).

La **seconde cause** implique que le facteur de rayonnement modal σ_{mn} se comporte comme le facteur de rayonnement induit par les ondes de flexion progressives (figure 49).

De fait, le calcul de σ_{mn} effectué par différents auteurs (Maidanik [20], Wallace [21]), dans l'hypothèse où le couplage fluide-structure est négligeable, conduit à des résultats assez proches des valeurs expérimentales. La figure 49 donne un bon exemple de l'évolution du facteur de rayonnement pour différents modes :

- pour $k < k_{mn} \Rightarrow \omega < \omega_{mn}$

$\sigma_{mn} \ll 1$, on est en présence de modes non rayonnants.

Le rayonnement est d'autant plus faible que m et n sont grands.

- pour $k = k_{mn} \Rightarrow \omega = \omega_{mn}$

$\sigma_{mn} > 1$, l'efficacité de rayonnement est maximale on dit que le mode f_{mn} est hyper-rayonnant.

- pour $k > k_{mn} \Rightarrow \omega > \omega_{mn}$

$\sigma_{mn} \approx 1$, les modes sont rayonnants.

La **troisième cause** de rayonnement correspond à des modes de paroi fortement excités. On définit ces modes par le terme de **pseudo-coïncidence**. Ils ne dépendent que de la géométrie de la plaque et de l'angle d'incidence de l'onde.

Ces pseudo-coïncidences se produisent pour les pulsations :

$$\omega_{mx} = \frac{cm\pi}{x \sin \theta \cos \varphi} \text{ ou } \omega_{ny} = \frac{cn\pi}{y \sin \theta \sin \varphi}$$

elles sont résonnantes et rayonnantes si elles se produisent dans l'intervalle :

$$\omega_c < \omega_{mx} < \frac{\omega_c}{\sin^2 \theta \cos^2 \varphi} \text{ ou } \omega_c < \omega_{ny} < \frac{\omega_c}{\sin^2 \theta \sin^2 \varphi}$$

On notera également que, quand la fréquence d'excitation est égale à la fréquence de coïncidence, on est en présence d'une double coïncidence fréquentielle et spatiale (figure 50) :

$$\omega = \omega_{mn} = \left[\left(\frac{m\pi}{X}\right)^2 + \left(\frac{n\pi}{Y}\right)^2 \right] \sqrt{\frac{B}{\rho_s}}$$

Tableau 10 – Valeurs de quelques fréquences critiques de matériaux usuels								
Matériaux		ρ_M (kg/m ³)	c_{11} (m/s)	E (GPa)	G (GPa)	ν (coefficient de Poisson)	$h f_c$ (m · Hz)	η_s
Brique	pleine	1 800 2 100	1 200 3 100	3 16			20 à 40	0,05 < η_s < 0,01 0,01 < η_s < 0,02
Béton	léger lourd	1 300 2 300	1 800 3 300	3,5 à 4 2 à 3			20 à 36	0,02 < η_s < 0,04
Ciment	léger lourd	1 400 2 200	3 300 3 750	14 28			17 à 20	0,05 < η_s < 0,01 0,01 < η_s < 0,02
Verre		2 500	5 000	60		0,23	13	0,001 < η_s < 0,005(2)
Plâtre	plein carreaux	1 200 900	2 400 1 600	2,4		0,18	26 à 42	0,05 < η_s < 0,01
Résines		1 500		10 à 15	3–10	0,22		
Polyesters		1 500		17	7	0,21		
Polystyrène	normal expansé	500 30	2 350 440	2,8 0,002 6	1,3		20	0,02 < η_s < 0,04
Aluminium		2 700	5 500	70	26	0,33	12	0,000 1 < η_s < 0,001(2)
Acier		7 800	5 450	200	80	0,27	12	0,000 1 < η_s < 0,001(2)
Bois								
Chêne	fibres(1) isotrope	700 700	4 200 1 500	12 2,5	1	0,3	20	0,005 < η_s < 0,01
Pin	fibres(1) isotrope	390 400	5 100 3 000	10 3,4	1,3	0,3		0,005 < η_s < 0,01
Sapin	fibres(1) isotrope	400 400	4 900 2 700	9,6 2,3	1,1	0,3		0,005 < η_s < 0,01
Hêtre	isotrope	600	2 500	3,94	1,51	0,303		0,005 < η_s < 0,01
Aggloméré	isotrope	650	2 800	4,6			23	0,02 < η_s < 0,04
Contreplaqué		600	3 150	5,4			20	0,02 < η_s < 0,04
Liège	isotrope	200	420	0,03			150	0,04 < η_s

(1) Matériau pris dans le sens des fibres.
(2) Forte dépendance du mode de fixation.

soit :
$$k \sin \theta = k_{mn} = \sqrt{\left(\frac{m \pi}{X}\right)^2 + \left(\frac{n \pi}{Y}\right)^2}$$

Si les conditions de fixation de la plaque rectangulaire se rapprochent davantage des conditions encastrees, on admet généralement que l’efficacité de rayonnement est le double de sa valeur calculée pour la plaque posée :

$$\sigma_{mne} \approx \sigma_{mnp}$$

Il ne faut cependant pas oublier que l’amplitude vibratoire d’un panneau posé est nettement plus faible que celle du même panneau encastree.

3.2.3.2 Cas du mode fondamental (1,1)

L’étude du mode fondamental présente un grand intérêt pratique du fait de l’importance de sa contribution à l’énergie transmise. C’est généralement dans cette région du spectre que la transparence des parois est maximale, ce qui s’explique par le fait qu’il s’agit le plus souvent d’un mode à la fois résonnant, rayonnant (ou hyper-rayonnant) et fortement excité. Le minimum de la valeur de l’indice d’affaiblissement qui lui correspond est d’autant plus préjudiciable que les composantes transmises sont situées dans la partie basse du spectre, celles pour lesquelles les fréquences sont les plus gênantes.

En contrepartie, son étude peut être facilitée par le fait que c’est le mode qui est le mieux décrit par les modèles du type piston plan. Cette remarque justifie l’approche élémentaire effectuée au début de cet article et autorise la recherche de solutions simples visant à réduire en priorité la composante principale de nuisance sonore transmise.

3.2.3.3 Résumé des principales propriétés des parois rectangulaires

La figure 51 présente les principales propriétés des parois rectangulaires.

3.3 Traitement pratique des problèmes de transparence

Dans la majeure partie des problèmes d’usage courant, l’énergie incidente est d’origine réverbérée, c’est-à-dire qu’elle n’est pas due à une onde d’incidence donnée mais est le résultat d’une distribution aléatoire d’ondes de pression provenant de toutes les directions prises dans un angle de 2π stéradians.

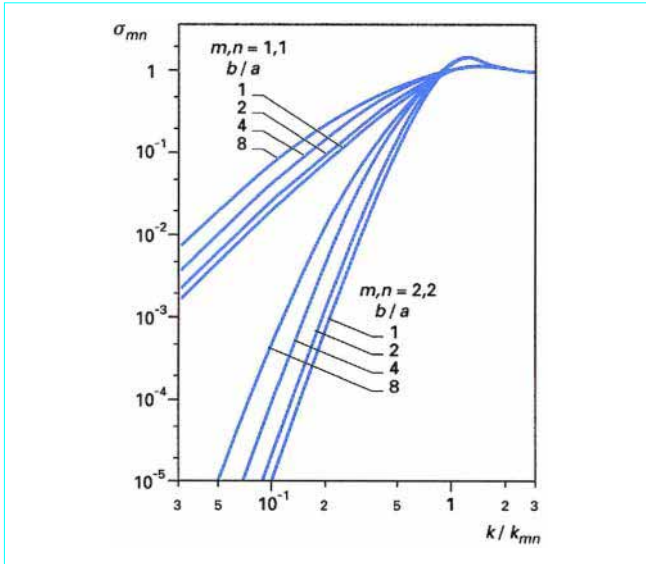


Figure 49 – Variation du facteur de rayonnement modal en fonction du nombre d'onde pour différents modes [21]

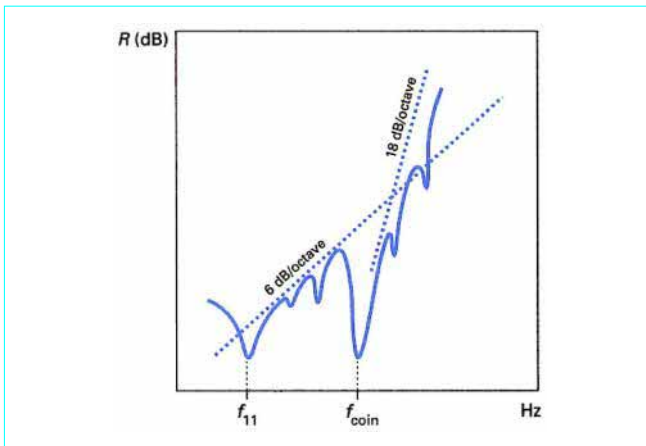


Figure 50 – Variation de l'indice d'affaiblissement d'une plaque de dimensions finies soumise à une onde incidente plane [19]

De même l'énergie transmise peut se répartir de façon plus ou moins homogène dans tout l'espace. Les parois flexibles peuvent donc rayonner avec un facteur de directivité qui peut concentrer l'énergie dans certaines régions privilégiées d'un local. La prise en compte de ces divers phénomènes rend difficiles les approches purement analytiques des problèmes de ce type. C'est une des raisons pour lesquelles les calculs des coefficients de transmission, des facteurs de rayonnement et des indices d'affaiblissement sous incidence statistique restent limités à certaines valeurs caractéristiques (modes fondamentaux, fréquences critiques, loi de masse, etc.).

À titre d'exemple on se propose d'examiner le cas de l'indice d'affaiblissement d'une paroi finie excitée en champ diffus et d'étendre les résultats obtenus au cas des doubles parois.

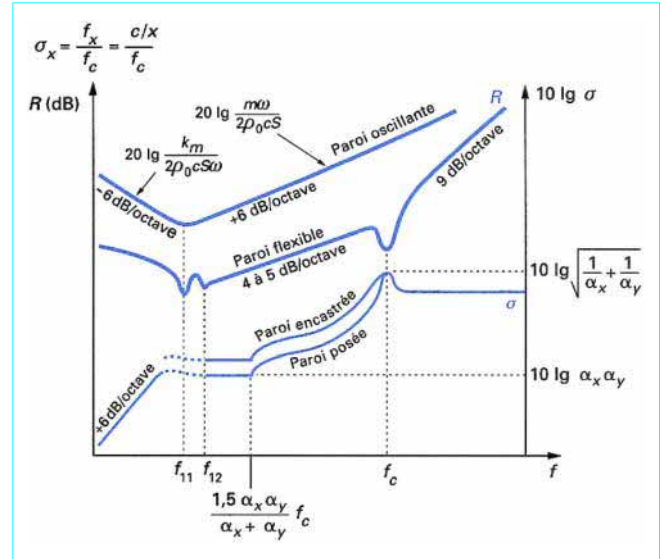


Figure 51 – Évolutions respectives du facteur de rayonnement modal σ et de l'indice d'affaiblissement R d'une paroi rectangulaire montrant les effets de transparence au voisinage de la fréquence fondamentale f_{11} et de la fréquence critique f_c [14]

3.3.1 Transparence d'une paroi vis-à-vis du champ diffus

Les principes qui viennent d'être énoncés et traduits par des lois applicables aux parois excitées par des ondes planes d'incidence connue, ne permettent pas de rendre compte directement du comportement de ces mêmes parois vis-à-vis du champ diffus. Or, dans une salle, en dehors du cas particulier de la première réflexion susceptible de se produire sur l'une des parois lorsque celle-ci se trouve à une distance inférieure à la distance critique de la source, la principale composante du champ de pression est la composante réverbérée.

Or l'application des relations établies en champ direct à la résolution de problèmes de transparence au champ diffus est difficile à mettre en œuvre, pour des raisons à la fois théoriques et pratiques. Cependant les lois fondamentales relatives aux ondes directes se révèlent d'un grand intérêt dans l'interprétation des résultats de mesure *in situ* et permettent le contrôle des principaux paramètres caractéristiques de la transmission des sons.

3.3.1.1 Indice d'affaiblissement théorique d'une paroi excitée en champ diffus

Mathématiquement on peut déduire le coefficient de transmission en champ diffus τ_R en intégrant les résultats précédents sur les demi-sphères incidente et transmise.

$$\tau_R = \frac{\int_0^{\pi/2} \tau \sin \theta \cos \theta d\theta}{\int_0^{\pi/2} \sin \theta \cos \theta d\theta} = \int_0^{\pi/2} \tau \sin 2\theta d\theta \quad (22)$$

Différentes méthodes de calcul de cette intégrale ont été tentées mais les résultats ne sont pas toujours en concordance avec les valeurs mesurées.

Dans le cas particulier où la transparence s'exprime de façon simple à partir de la loi de masse [relation (21)] l'intégration de $\tau(\theta)$ conduit à une solution analytique de la forme :

$$R_R = R_D - 10 \lg(0,23 R_D)$$

R_R et R_D étant respectivement les indices d'affaiblissement en champ diffus et en champ direct d'incidence normale.

3.3.1.2 Indice d'affaiblissement effectif d'une paroi excitée en champ diffus

Les résultats obtenus par la mesure conduisent à renoncer aux modèles théoriques et à faire appel à des propositions plus réalistes dont les trois plus courantes peuvent se résumer de la façon suivante :

- au-dessous de la fréquence de coïncidence, la loi de masse en champ diffus correspond à des indices nettement plus faibles qu'en champ direct. En pratique, on prend : $R_R = R_D - 5 \text{ dB}^{(1)}$;
- au voisinage de la fréquence critique on observe toujours un point singulier, mais son « taux de réjection » est moins accentué que celui qui résulte d'une excitation par champ direct ;
- au-dessus de la fréquence critique il y a disparition des effets de coïncidence par le fait que les ondes arrivent sous toutes les incidences et compensent mutuellement leurs irrégularités (sauf pour la fréquence critique qui est indépendante de θ). Cette « moyenne » réduit également la pente de la courbe de variation de l'indice d'affaiblissement qui passe de 12 à 9 dB/octave (figure 52).

⁽¹⁾ Certains auteurs (dont Beranek [22]) préconisent, pour améliorer la convergence du modèle théorique avec les résultats de mesure, de limiter l'intégration de la relation (22) à un angle de 78° (au lieu de 90°).

3.3.2 Doubles parois

3.3.2.1 Coefficient de couplage de deux parois au voisinage de leurs fréquences fondamentales

Tant qu'une paroi se comporte comme un oscillateur à un degré de liberté, ce qui correspond à une mise en vibration de cette paroi sur son mode fondamental, il est relativement aisé de prévoir son comportement.

Le système constitué de deux parois superposées séparées par une lame d'air peut également être étudié à partir d'un modèle mécanique à des oscillateurs couplés.

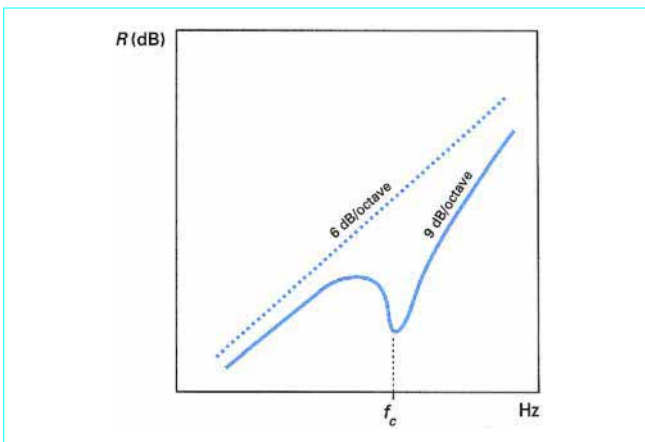


Figure 52 – Courbe typique d'indice d'affaiblissement d'une paroi excitée en champ diffus

Soient deux parois $\{k_1, m_1\}$ et $\{k_2, m_2\}$ séparées par un espace fermé de largeur e contenant de l'air.

Dans les conditions décrites plus haut, cette association se comporte comme un double résonateur couplé caractérisé par un coefficient de couplage :

$$\chi = \frac{K}{\sqrt{(k_1 + K)(k_2 + K)}}$$

avec $K = \frac{\rho_0 c^2 S}{e}$ raideur due à la compression de l'air compris entre les deux parois.

Dans le cas où les deux parois sont identiques (même masse, même coefficient de raideur k_{11} et par conséquent, même fréquence fondamentale propre f_{11}), le coefficient de couplage devient :

$$\chi = \frac{\rho_0 c^2 S}{\rho_0 c^2 S + k_{11} e}$$

et le système possède alors deux modes propres, solutions de l'équation aux fréquences :

$$\omega^4 - 2\omega_B^2 \omega^2 + (1 - \chi^2) \omega_B^4 = 0$$

connaissant $\omega_B = \sqrt{\omega_{11}^2 + \omega_{cav}^2}$

avec $\omega_{11} = \sqrt{\frac{k_{11}}{m}}$ et $\omega_{cav}^2 = \frac{\rho_0 c^2 S}{me}$

on en déduit les pulsations propres fondamentales de la double paroi :

$$\omega_1, \omega_2 = \omega_B \sqrt{1 \pm \chi}$$

ω_B devient une pulsation d'antirésonance et l'écart entre les nouvelles pulsations de résonance ω_1, ω_2 , qui se répartissent de part et d'autre de ω_B , est d'autant plus important que χ est plus grand.

La pulsation la plus élevée [$\omega_2 = \omega_B \sqrt{1 + \chi}$] correspond à un mouvement des panneaux en opposition de phase et est appelée, pour cette raison, **mode de respiration**.

3.3.2.2 Calcul de l'indice d'affaiblissement d'une double paroi

■ Détermination à partir de l'indice de chaque panneau

La complexité des modèles théoriques susceptibles de rendre compte des propriétés de transparence des doubles parois est telle que la plupart des praticiens préfèrent évaluer les propriétés isolantes d'une double paroi à partir d'un indice de qualité Q défini par une relation du type :

$$Q = \frac{R - R_{12}}{R_1 + R_2 - R_{12}}$$

avec R indice d'affaiblissement global,

R_1 et R_2 indices de chaque paroi (d'épaisseur h),

R_{12} indice d'affaiblissement d'une paroi d'épaisseur $2h$.

On remarque que $Q = 0$ correspond à $R = R_{12}$

tandis que $Q = 1$ correspond à $R = R_1 + R_2$

ce qui montre que l'indice de qualité joue un rôle comparable à celui du coefficient de couplage inversé.

Une bonne concordance entre les deux est observée la plupart du temps et peut se traduire par la loi empirique simple :

$$Q = 1 - \sqrt{\chi}$$

En pratique les valeurs de l'indice de qualité sont plutôt assez faibles.

L'indice d'affaiblissement global d'une double paroi peut donc, en première approximation, être prédit par la relation :

$$R = R_{12} + (R_1 + R_2 - R_{12})(1 - \sqrt{\chi})$$

Ce qui, pour des parois identiques obéissant à la loi de masse, conduit à :

$$R_{12} \approx R_1 + 4$$

et à :

$$R = R_1(2 - \sqrt{\chi}) + 4\sqrt{\chi}$$

Exemple : atténuation d'un double vitrage

On reprend le vitrage étudié au paragraphe 2.5.2.1 ($X = 1$ m, $Y = 0,667$ m et $h = 6$ mm).

On admet (d'après les tables) que $R_1 = R_2 = 26$ dB.

Si les vitres sont séparées par une lame d'air de 12 mm (6-12-6) on aura pour coefficient de couplage χ :

$\chi_p = 0,91$ pour les vitres posées ($Q_p = 0,046$ 7)

$\chi_e = 0,735$ pour les vitres encastrées ($Q_e = 0,142$ 5)

L'atténuation globale devrait donc être comprise entre :

$$R_p = 30 + 22 Q_p = 31 \text{ dB}$$

et

$$R_e = 30 + 22 Q_e = 33 \text{ dB}$$

Si on double l'épaisseur de la lame d'air (6-24-6) les valeurs de Q deviennent respectivement :

$$Q'_p = 0,084 \text{ et } Q'_e = 0,24$$

d'où

$$R'_p = 32 \text{ et } R'_e = 35 \text{ dB}$$

Le tableau suivant permet de comparer les valeurs des indices d'affaiblissement aux données du catalogue.

Fréquences (f_i)	250	500	1 000	2 000	global	catalogue
Valeurs non pondérées						
Verre simple (6)	26	31	34	30		
Verre double (6-12-6)	23	32	38	37		
Verre double (6-24-6)	28	35	41	38		
Valeurs pondérées						
Pondérations (w_i)	-8,5	-3	0	+1		
Verre simple (6)	34,5	34	39	29	26	
Verre double (6-12-6)	41,5	35	38	36	31	31-33
Verre double (6-24-6)	36,5	38	41	37	32	32-35

■ Détermination de l'indice d'affaiblissement global d'une paroi à partir des indices de bande d'octave

● Calcul de l'indice global non pondéré

Soit $\varepsilon_1 = \sum_{i=1}^n \varepsilon_{1i}$ la densité d'énergie de la salle source. Si l'on

admet que cette densité est la somme des densités comprises dans chaque bande d'octave, on peut calculer la densité dans la salle

réceptrice en introduisant le coefficient de transmission relatif à chaque bande d'octave. On obtient dans ce cas :

$$\varepsilon_2 = \sum_{i=1}^n \varepsilon_{2i} = \sum_i k_{2i} \varepsilon_{1i} = \sum_i \frac{S \tau_i}{A_{2i}} \varepsilon_{1i}$$

Dans le cas où l'absorption de la salle réceptrice est uniforme dans tout le spectre le niveau de pression global dans cette salle devient :

$$L_2 = 10 \lg \frac{\varepsilon_2}{\varepsilon_{ref}} = 10 \lg \frac{S}{A_2 \varepsilon_{ref}} + 10 \lg \left(\sum_i \tau_i \varepsilon_{1i} \right)$$

L'hypothèse d'une densité d'énergie homogène dans tout le spectre dans la salle source conduit à :

$$L_2 = 10 \lg \frac{\varepsilon_2}{A_2 \varepsilon_{ref}} + 10 \lg \sum_i \tau_i$$

D'où l'expression de l'indice d'affaiblissement global :

$$R_G = L_1 - L_2 + 10 \lg \frac{S}{A_2} = -10 \lg \left(\sum_i \tau_i \right)$$

Soit enfin $R_G = -10 \lg \left(\sum_i 10^{-\frac{R_i}{10}} \right)$

● Calcul de l'indice global pondéré

Le calcul de l'indice précédent aurait pu être conduit directement à partir des indices d'affaiblissement R_i de chaque bande d'octave.

$$R_i = L_S - L_i + 10 \lg \frac{S}{A_2} = N - L_i$$

avec L_S niveau dans la salle source ;

$$N = L_S + 10 \lg \frac{S}{A_2}$$

d'où

$$L_i = N - R_i$$

et

$$L_G = 10 \lg \left(\sum_i 10^{\frac{L_i}{10}} \right) = N - 10 \lg \left(\sum_i 10^{-\frac{R_i}{10}} \right)$$

d'où on tire $R_G = N - L_G = -10 \lg \left(\sum_i 10^{-\frac{R_i}{10}} \right)$

Pour prendre en compte la pondération le calcul est identique mais conduit alors à :

$$L_G = 10 \lg \left(\sum_i 10^{\frac{L_i + w_i}{10}} \right)$$

avec w_i pondération (valeur donnée par les normes. Plusieurs normes donnent ces valeurs de pondération. Par exemple : NF S 31-089).

Soit encore :

$$L_G = 10 \lg \left(\sum_i 10^{\frac{N - R_i - w_i}{10}} \right)$$

d'où :

$$R_G = N - L_G = -10 \lg \left(\sum_i 10^{\frac{w_i - R_i}{10}} \right)$$

3.3.3 Exemples concrets

Outre le fait que l'indice global de deux cloisons parallèles (de masses surfaciques ρ_{s_1} et ρ_{s_2}) soit toujours supérieur à celui d'une paroi de masse surfacique équivalente ($\rho_{s_1} + \rho_{s_2}$), la double paroi présente l'intérêt d'offrir à l'utilisateur trois opportunités d'améliorer l'isolation :

— la première consiste à compenser la faiblesse induite par la zone critique en combinant deux parois dont les fréquences critiques (de même que les fréquences propres) sont décalées. Il a été démontré, théoriquement (figure 53) et expérimentalement (figure 54), que l'association de deux parois ayant la même fréquence critique conservait l'effet *réjection* de l'indice d'affaiblissement. En revanche la dissymétrie des parois permet une meilleure régularisation de la courbe de transmission (figure 54) ;

— la seconde tient au fait que l'intervalle disponible entre les deux parois permet d'introduire un matériau isolant pouvant donner une marge de manœuvre supplémentaire dans le contrôle de l'atténuation.

La figure 55 donne un exemple de résultat que l'on peut espérer d'un traitement complémentaire avec une plaquette de laine de verre de 5 ou 10 cm d'épaisseur ;

— la troisième réside dans la possibilité de réduire certains modes de flexion (particulièrement le fondamental) en rendant les deux panneaux solidaires. Ce type de contrôle peut s'avérer assez efficace aux fréquences inférieures à la fréquence critique.

Il peut toutefois être la source de courts-circuits acoustiques et doit être utilisé avec circonspection. La figure 56 illustre la variabilité des résultats selon la nature et le mode de fixation des tasseaux de jonction.

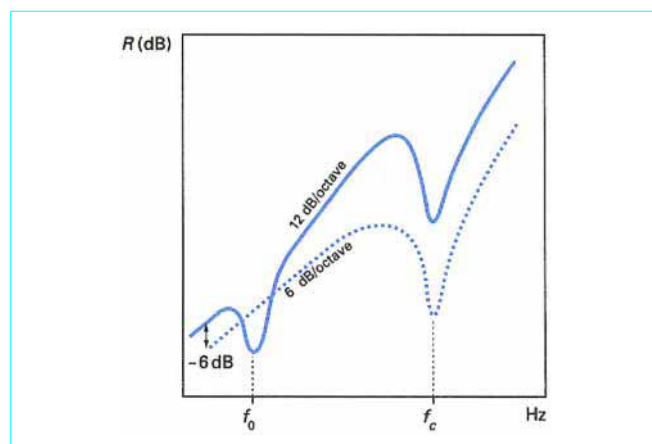


Figure 53 – Évolution typique de l'indice de transmission d'une double paroi symétrique (traits pleins) par rapport à l'indice de transmission de chacune des deux parois (tiretés) [14]

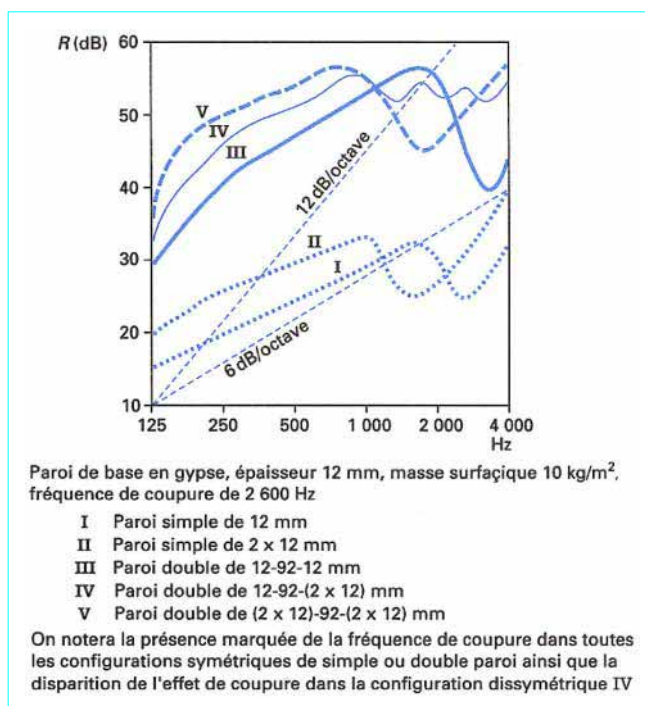


Figure 54 – Exemple de l'évolution de l'indice d'affaiblissement d'une double paroi en fonction du type de combinaison [23]

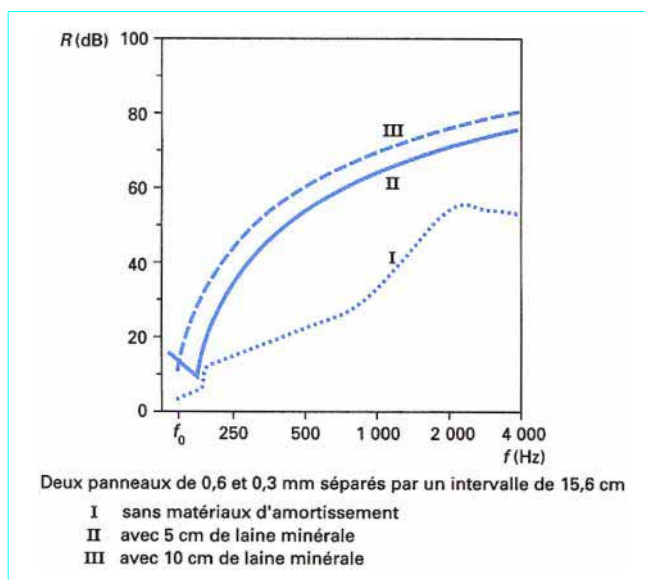


Figure 55 – Indice de transmission d'une double paroi dissymétrique [24]

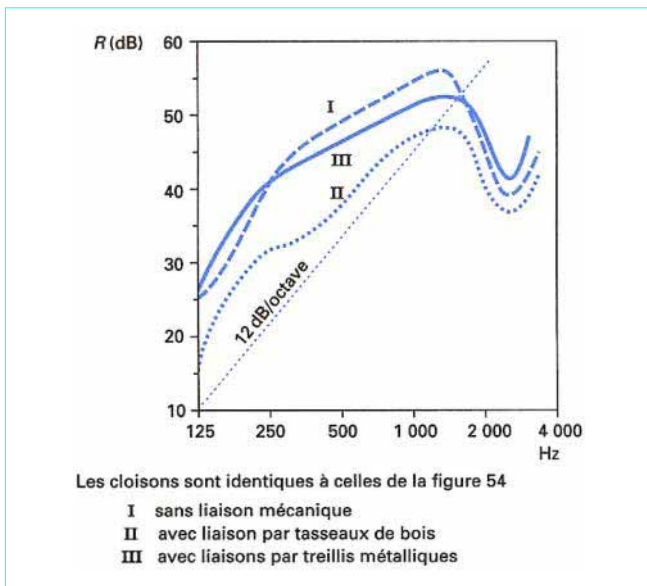


Figure 56 – Indice d'affaiblissement d'une double paroi de gypse [23]

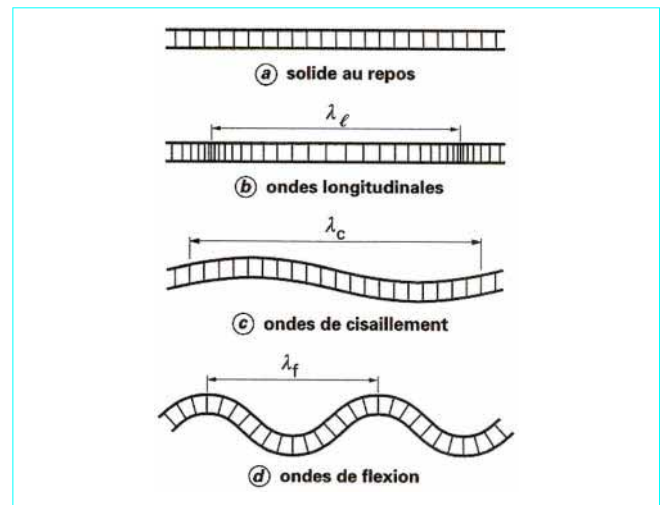


Figure 57 – Différents modes de déformation des solides

■ Célérités longitudinales

On définit trois types de célérité longitudinale selon que le matériau considéré se présente sous une forme uni, bi ou tridimensionnelle.

- Solide à une dimension (lame) :

$$c_{\ell_1} = \sqrt{\frac{E}{\rho_m}}$$

avec ρ_m masse volumique du solide.

- Solide à deux dimensions (plaque) :

$$c_{\ell_2} = \sqrt{\frac{E}{\rho_m(1-\nu^2)}}$$

- Solide à trois dimensions :

$$c_{\ell_3} = \sqrt{\frac{E(1-\nu)}{\rho_m(1+\nu)(1-2\nu)}}$$

■ Célérités transversales

Pour les solides d'épaisseur finie h (plaque), on distingue deux formes de célérité transversale.

- Célérité des ondes de cisaillement :

$$c_c = \sqrt{\frac{G}{\rho_m}} = \frac{c_{\ell_1}}{\sqrt{2(1-\nu)}}$$

- Célérité des ondes de flexion :

$$c_f = \sqrt[4]{\frac{\omega^2 B}{\rho_s}}$$

avec ρ_s masse par unité de surface de la plaque ($\rho_s = \rho_m h$).

Compte tenu de l'expression du module de flexion B , on peut également exprimer la célérité des ondes de flexion sous la forme :

$$c_f = \sqrt{\frac{h \omega c_{\ell_1}}{\sqrt{12(1-\nu^2)}}}$$

Le tableau 11 donne quelques valeurs de célérité relative pour différentes valeurs du coefficient de Poisson.

4. Annexe A : vibration des plaques

4.1 Célérité des ondes de propagation dans les solides

Dans un solide, le coefficient de proportionnalité entre la contrainte et la déformation est une constante d'élasticité qui s'exprime généralement en N/m^2 .

On distingue :

- le module d'élasticité longitudinale ou module de Young E (N/m^2) ;
- le module d'élasticité transversale ou module de rigidité G (N/m^2).

Pour tous les matériaux, il existe un rapport entre E et G défini par le coefficient de **Poisson** : $\nu = 1 - \frac{E}{2G}$.

Par ailleurs, les solides bidimensionnels ont la propriété de pouvoir se déformer par fléchissement.

À ces modes de déformation correspond un **module de flexion** ou coefficient de raideur par unité de longueur B (N/m).

Ce coefficient dépend du module de **Young**, du coefficient de **Poisson** et de l'épaisseur du solide.

Ainsi, dans une plaque d'épaisseur finie h , le module de flexion a pour expression :

$$B = \frac{E h^3}{12(1-\nu^2)}$$

Dans un milieu élastique, il y a propagation des déformations (figure 57). Cette propagation s'effectue à célérité constante si le milieu est homogène.

Dans un solide, à chaque mode de déformation correspond une célérité.

On distingue principalement trois groupes : les célérités longitudinales, transversales et la célérité de torsion.

Tableau 11 – Célérité relative en fonction du coefficient de Poisson ν

ν	0	0,1	0,2	0,3
$\frac{c_{\ell_2}}{c_{\ell_1}}$	1	1,011	1,054	1,16
$\frac{c_s}{c_{\ell_1}}$	0,71	0,67	0,65	0,62
$\frac{c_f}{c_{\ell_1}}$	$\sqrt{1,81hf}$	$\sqrt{1,82hf}$	$\sqrt{1,85hf}$	$\sqrt{1,9hf}$

4.2 Modes propres d'une plaque posée ou encastrée

Dans le cas où les conditions limites de la plaque correspondent à une fixation de type « **posée** » ou faiblement « **encastrée** », on peut postuler que la déformation est sinusoïdale et traiter le problème comme celui d'une membrane fixée sur sa périphérie. Les nombres d'onde caractéristiques des modes vibratoires d'une plaque rectangulaire ont alors comme expression :

$$k_{mn} = \sqrt{\left(\frac{m\pi}{X}\right)^2 + \left(\frac{n\pi}{Y}\right)^2} = \frac{2\pi f_{mn}}{c_f}$$

avec X et Y dimensions de la plaque.

Les fréquences propres de la paroi vibrant en flexion sont donc :

$$f_{mn} = \frac{c_f}{2} \sqrt{\left(\frac{m}{X}\right)^2 + \left(\frac{n}{Y}\right)^2}$$

En élevant au carré et en remplaçant c_f^2 par $\omega_{mn} \sqrt{\frac{B}{\rho_s}}$, il reste : $f_{mn} = \frac{\pi}{2} \sqrt{\frac{B}{\rho_s}} \left[\left(\frac{m}{X}\right)^2 + \left(\frac{n}{Y}\right)^2 \right]$

soit en posant : $a_{mn} = \pi^2 \left[\left(\frac{m}{X}\right)^2 + \left(\frac{n}{Y}\right)^2 \right]$

$$f_{mn} = \frac{a_{mn}}{2\pi} \sqrt{\frac{B}{\rho_s}}$$

Ainsi, par exemple, pour une plaque rectangulaire de longueur X et de largeur $Y = \frac{2X}{3}$ posée sur son pourtour, les premiers modes sont de la forme :

$$f_{mn} = \frac{c_{mn}}{X^2} \sqrt{\frac{B}{\rho_s}}$$

Dans l'hypothèse où la plaque n'est plus posée mais encastrée, les fréquences propres sont plus élevées.

Le calcul s'effectue à partir des conditions limites :

$z = 0$ en O , X et Y

$$\frac{\partial z}{\partial x} = 0 \text{ en } O, X \text{ et } Y$$

et aboutit à une équation transcendante analogue à celle de la barre encastrée.

Le résultat, en pratique, conduit à remplacer les coefficients c_{mn} par des coefficients d_{mn} .

Le tableau 12 donne un exemple de la valeur de ces coefficients dans le cas d'une plaque définie par le rapport de ses dimensions $X/Y = 1,5$.

Tableau 12 – Coefficients c_{mn} et d_{mn} pour $X/Y = 1,5$

Mode mn	11	21	12	31	22
c_{mn}	5,10	9,82	15,71	17,67	20,42
d_{mn}	9,67	14,94	23,68	23,83	28,54

4.3 Coefficient de raideur d'une plaque encastrée

À partir du mode fondamental f_{11} de résonance de plaque (posée ou encastrée), on peut évaluer le coefficient de raideur équivalent (celui qu'aurait un système masse-ressort de même masse que la plaque).

$$\text{En identifiant : } f_{11} = \frac{a_{11}}{2\pi} \sqrt{\frac{B}{\rho_s}} \text{ avec } f_{11} = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{k_{11}}{m}}$$

on obtient : $k_{11} = a_{11}^2 \frac{mB}{\rho_s}$

Soit en donnant à m sa valeur $\rho_s S$ et en introduisant le coefficient de raideur par unité de surface k_{11S} :

$$k_{11S} = \frac{k_{11}}{S} = a_{11}^2 B \text{ ou } k_{11} = a_{11}^2 BS$$

Le tableau 13 donne différentes valeurs de $a_{11} X^2$ (posé) et $b_{11} X^2$ (encastré) en fonction du rapport X/Y .

(Rappelons que, pour la plaque posée, on a : $a_{11} = \pi^2 \left[\frac{1}{X^2} + \frac{1}{Y^2} \right]$).

Tableau 13 – Valeurs de $a_{11} X^2$ et $b_{11} X^2$ en fonction de X/Y

X/Y	0,4	0,667	1	1,5	2,5
$a_{11} X^2$	11,45	14,26	19,74	32,08	71,56
$b_{11} X^2$	23,65	27,01	35,99	60,77	147,80

Références bibliographiques

- [1] JOUHANEAU (J.). – *Acoustique des salles*. Techniques de l'Ingénieur. Traité Construction C 3 360, fév. 1995.
- [2] JOUHANEAU (J.). – *Introduction à l'électro-acoustique : transduction électroacoustique*. Techniques de l'Ingénieur. Traité Électronique. E 5 150, juin 1992.
- [3] JOUHANEAU (J.). – *Microphones*. Techniques de l'Ingénieur. Traité Électronique. E 5 160, mars 1991.
- [4] LEVINE (H.) et SCHWINGER (J.). – *On the radiation of sound from a Unflanged circular Pipe*. Phys. Rev. 73, 4, 383 (1948).
- [5] INGARD (U.). – *On the theory and design of acoustic resonators*. J. Acoust. Soc. Am. 25, 6 (1953).
- [6] JUNGER (M.C.). – *Helmholtz Resonators in Load Bearing Walls*. Noise Control Engineering Journal, 4 (1), 17 25 (1975).
- [7] GIAMPAOLI (E.) et GERGÉS (S.N.Y.). – *Low frequency Absorption by Cavity Resonator Masonry Blocks*. Noise Control Engineering Journal, 33, 3, 131 138 (1989).
- [8] RAYLEIGH (J.W.S.) (Lord). – *Theory of Sound*. 2^e éd. Dover Publications. New York (1945).
- [9] MAA (D.Y.). – *Microperforated-Panel Wide-band Absorbers*. Noise Control Engineering Journal, 29, 3, 77 84 (1987).
- [10] DELANY (M.E.) et BAZLEY (E.N.). – *Acoustical Properties of Fibrous Absorbent Materials*, Applied Acoustics, 3, 105 116 (1970).
- [11] DUNN (J.P.) et DAVERN (N.A.). – *Calculation of Acoustic Impedance of Multilayers Absorbers*, Applied Acoust., 19, 321 (1986).
- [12] LAURIKS (W.), COPS (A.) et VERHAEGEN (C.). – *Acoustical Properties of Elastic Porous Materials*, J. Sound Vib., 131, 1, 143 156 (1989).
- [13] BIES (D.A.). – *Acoustical properties of Porous Materials*, dans : BERANEK (L.L.). – *Noise and Vibration Control*, Mc Graw Hill (1971).
- [14] VÉR (L.I.) et HOLMER (C.I.). – *Interaction of Sound Waves with solid structures*, dans : BERANEK (L.L.). – *Noise and Vibration Control*, Mc Graw Hill (1971).
- [15] CASSAN (M.). – *Mesures effectuées à Radio-France*.
- [16] LEE (J.) et SWENSON (G.W.). – *Compact Sound Absorbers for Low Frequencies*. Noise Control Engineering Journal, 38, 3, 109 117 (1992).
- [17] LINDHAL (R.). – *Sound Absorption Characteristics of a Hollow Concrete Block with a Slotted Face*. 6^e congrès internat. d'acoust., Tokyo (1968).
- [18] FROMMHOLD (W.), FUCHS (H.V.) et SHENG (S.). – *Acoustic Performance of Membrane Absorbers*. J. Sound Vib., 170, 5, 621 636 (1994).
- [19] LESUEUR (C.I.). – *Rayonnement acoustique des structures*. Eyrolles (1988).
- [20] MAIDANIK (G.). – *Reponse of Ribbed panels to Reverberant Acoustic Field*. J. Acoust. Soc. Amer., 34, 6, 809 (1962).
- [21] WALLACE (C.E.). – *Radiation Resistance of Rectangular Panel*, J. Acoust. Soc. Amer, 51, 3, 2 (1972).
- [22] BERANEK (L.L.). – *The transmission and radiations of acoustic waves by structures*, J. Int. Mech. Eng., 6, 162 (1959).
- [23] NORTHWOOD (T.D.), WARNOCK (A.C.C.) et QUIRT (J.D.). – *Airborne Sound Insulation in Handbook of Noise Control*, Ed. Harris C.M., Mc Graw Hill (1979).
- [24] SHARP (B.). – *Prediction Methods for the Sound Transmission of Building Elements*. Noise Control Engineering Journal, 11(2), 53 (1978).