

## MATEMÁTICA

01. Numa carpintaria, empilham-se cinquenta tábuas, umas de 2 cm e outras de 5 cm de espessura. A altura da pilha é de 154 cm. O produto do número de tábuas de cada espessura é:

- A. 576
- B. 561
- C. 525
- D. 585

CLF – COMENTA:

$$\begin{cases} 2x + 5y = 154 \\ x + y = 50 \end{cases} \rightarrow \begin{cases} 2x + 5y = 154 \\ -2x - 2y = -100 \end{cases}$$
$$\begin{aligned} 3y &= 54 \\ y &= 18 \\ x &= 32 \end{aligned}$$

Onde:

$x$  □ Tábuas de 2 cm

$y$  □ Tábuas de 5 cm

$x \cdot y = 576$

Resposta correta: "A"

02. Seja  $t \in \mathbb{R}$ . A matriz quadrada  $X$ , de ordem 2, tal que para todo  $n$  inteiro

positivo  $X^n = \sum_{k=0}^n \binom{n}{k} \begin{pmatrix} \cos kt & \sin kt \\ -\sin kt & \cos kt \end{pmatrix}$  é:

A.  $\begin{pmatrix} 1 + \cos t & \sin t \\ -\sin t & 1 + \cos t \end{pmatrix}$

B.  $\begin{pmatrix} -1 - \cos t & \sin t \\ -\sin t & 1 + \cos t \end{pmatrix}$

C.  $\begin{pmatrix} 1 + \cos t & -\sin t \\ -\sin t & -1 + \cos t \end{pmatrix}$

D.  $\begin{pmatrix} 1 - \cos t & \sin t \\ \sin t & 1 - \cos t \end{pmatrix}$

**CLF – COMENTA:**

$$X^1 = \sum_{k=0}^1 \binom{1}{k} \begin{pmatrix} \cos kt & \sin kt \\ -\sin kt & \cos kt \end{pmatrix}$$

$$X^1 = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} \cos 0 & \sin 0 \\ \sin 0 & \cos 0 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} \cos t & \sin t \\ -\sin t & \cos t \end{pmatrix}$$

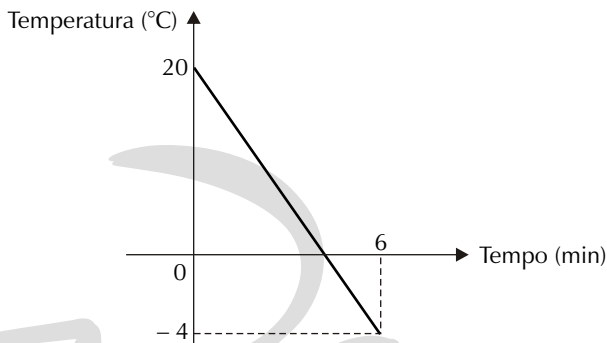
$$X = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} \cos t & \sin t \\ -\sin t & \cos t \end{pmatrix}$$

$$X = \begin{pmatrix} 1 + \cos t & \sin t \\ -\sin t & 1 + \cos t \end{pmatrix}$$

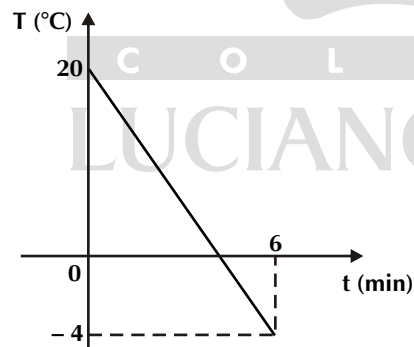
**Resposta correta: "A"**

03. Uma barra de ferro foi aquecida até uma temperatura de  $20^{\circ}\text{C}$  e a seguir foi resfriada até a temperatura de  $-4^{\circ}\text{C}$ . O gráfico abaixo mostra a temperatura da barra em função do tempo. Depois de quanto tempo, após o início do resfriamento, a temperatura da barra atingiu  $0^{\circ}\text{C}$ ?

- A. 5 min
- B. 4 min
- C. 3 min
- D. 2 min



CLF – COMENTA:



$$m = \frac{\Delta y}{\Delta x}$$

$(x, y)$

$(0, 20)$

$(6, -4)$

$$\frac{y - (-4)}{x - 6} = \frac{20 - (-4)}{0 - 6}$$

$$\frac{y + 4}{x - 6} = \frac{24}{-6}$$

$$\frac{y + 4}{x - 6} = -4$$

$$y + 4 = -4x + 24$$

$$y = -4x + 20$$

$$\begin{cases} p/y = 0 \\ x = t \end{cases}$$

$$0 = -4t + 20$$

$$4t = 20$$

$$t = \frac{20}{4} \Rightarrow t = 5 \text{ min}$$

Resposta correta: "A"

04. Qual, dos quatro números relacionados abaixo, é um divisor de  $(1996)^8 - (1995)^8$ ?
- A. 309
  - B. 319
  - C. 311
  - D. 307

**CLF – COMENTA:**

$$(1996)^8 - (1995)^8$$

$$[(1996)^4 + (1995)^4] \cdot [(1996)^4 - (1995)^4]$$

$$[(1996)^4 + (1995)^4] \cdot [(1996)^2 + (1995)^2] \cdot [(1996)^2 - (1995)^2]$$

$$[(1996)^4 + (1995)^4] \cdot [(1996)^2 + (1995)^2] \cdot [(1996 + 1995)] \cdot \underbrace{[1996 - 1995]}_1$$

$$[(1996)^4 + (1995)^4] \cdot [(1996)^2 + (1995)^2] \cdot \underbrace{3991}_*$$

$$* 3991 = 13 \cdot 307$$

Logo o número é divisível por: 307

Resposta correta: "D"

05. Seja a equação  $x^2 - kx + 1000 = 0$  tem duas raízes reais  $m$  e  $n$ ,  $m > 0$  e  $n > 0$ . Então podemos afirmar que:

- A.  $\log(m \cdot n)^m + \log(m \cdot n)^n = k$
- B.  $\log(m \cdot n)^m + \log(m \cdot n)^n = 2k$
- C.  $\log(m \cdot n)^m + \log(m \cdot n)^n = 3k$
- D.  $\log(m \cdot n)^m + \log(m \cdot n)^n = 4k$

**CLF – COMENTA:**

$$x^2 - kx + 1000 = 0$$

$$\begin{array}{llll} x_1 = m & \rightarrow & x_1 + x_2 = k & \rightarrow & x_1 \cdot x_2 = 1000 \\ x_2 = n & & m + n = k & & \log(x_1 \cdot x_2) = \log 1000 \\ & & & & \log(m \cdot n) = 3 \end{array}$$

Vamos calcular o valor de:

$$\begin{aligned} \log(m \cdot n)^m + \log(m \cdot n)^n &= \\ &= m \cdot \log(m \cdot n) + n \cdot \log(m \cdot n) \\ &= m \cdot 3 + n \cdot 3 \\ &= 3(m + n) = \underline{3 \cdot k} \end{aligned}$$

Resposta correta: "C"

06. Com os algarismos 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8 e 9, quantos números ímpares de quatro algarismos podemos formar de modo que dois algarismos consecutivos não sejam pares?

- A. 2526  
B. 2525  
C. 2524  
D. 2529

CLF – COMENTA:

1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9

$\frac{P}{4}$	$\frac{I}{5}$	$\frac{I}{5}$	$\frac{I}{5}$	500	} 1 alg. par	$\frac{I}{5}$	$\frac{I}{5}$	$\frac{I}{5}$	$\frac{I}{5}$	625	Todos ímpares
$\frac{I}{5}$	$\frac{P}{4}$	$\frac{I}{5}$	$\frac{I}{5}$	500		$\frac{P}{4}$	$\frac{I}{5}$	$\frac{P}{4}$	$\frac{I}{5}$	400	2 alg. pares
$\frac{I}{5}$	$\frac{I}{5}$	$\frac{P}{4}$	$\frac{I}{5}$	500						+	
										2525	

Resposta correta: "B"

07. Qual o termo em  $X^{10}$  no desenvolvimento do produto  $(x^2 + 1)^6 \cdot (x^4 + 4)$ ?

- A.  $44X^{10}$   
B.  $45X^{10}$   
C.  $55X^{10}$   
D.  $105X^{10}$

CLF – COMENTA:

$$(x^2 + 1)^6 \cdot (x^4 + 4)$$

$$[(x^2)^6 + 6(x^2)^5 \cdot 1 + 15(x^2)^4 \cdot 1^2 + 20(x^2)^3 \cdot 1^3 + 15(x^2)^2 \cdot 1^4 + 6(x^2) \cdot 1^5 + 1^6](x^4 + 4)$$

$$[x^{12} + 6x^{10} + 15x^8 + 20x^6 + 15x^4 + 6x^2 + 1](x^4 + 4)$$

$$x^{16} + 6x^{14} + 15x^{12} + 20x^{10} + 15x^8 + 6x^6 + x^4 + 4x^{12} + 24x^{10} + 60x^8 + \dots$$

coeficiente de  $x^{10}$

$$20x^{10} + 24x^{10} = 44x^{10}$$

Resposta correta: "A"

08. Seja  $g: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ , definido por  $g(x) = \begin{cases} 3x + 3, & x \leq 0 \\ x^2 + 4x + 3, & x > 0 \end{cases}$ . Então:

A.  $g$  é bijetora e  $(g \circ g)\left(-\frac{2}{3}\right) = g^{-1}(99)$

B.  $g$  é bijetora e  $(g \circ g)\left(-\frac{2}{3}\right) = g^{-1}(3)$

C.  $g$  é sobrejetora mas não é injetora.

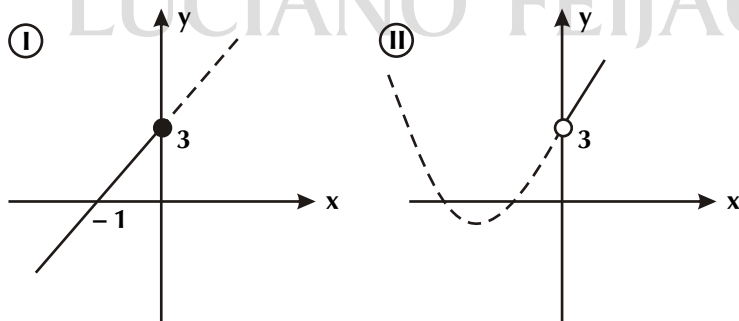
D.  $g$  é bijetora e  $(g \circ g)\left(-\frac{2}{3}\right) = g^{-1}(25)$

**CLF – COMENTA:**

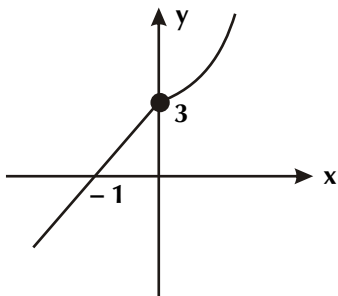
Trata-se de uma função definida por duas sentenças.

$$g(x) = \begin{cases} 3x + 3, & x \leq 0 \quad \text{I} \\ x^2 + 4x + 3, & x > 0 \quad \text{II} \end{cases}$$

Respeitando-se as condições impostas pelas sentenças I e II, traçamos os seguintes gráficos.



De I e II, temos:



Como a  $\text{Im}(f) = \text{CD}(f)$  e  $x_1 \neq x_2 \Rightarrow f(x_1) \neq f(x_2) \Rightarrow x \in \text{D}(f)$ , conclui-se que se trata de uma função bijetora, o que anula a opção c.

Assim sendo, calculamos o valor de  $(g \circ g)\left(-\frac{2}{3}\right)$

$$g\left(-\frac{2}{3}\right) = 3 \cdot \left(-\frac{2}{3}\right) + 3$$

$$g\left(-\frac{2}{3}\right) = 1$$

$$g\left(g\left(-\frac{2}{3}\right)\right) = g(1)$$

$$g(1) = 1^2 + 4 \cdot 1 + 3$$

$$g(1) = 8, \text{ Logo } (g \circ g)\left(-\frac{2}{3}\right) = 8$$

Vamos analisar os itens restantes.

$$a) (g \circ g)\left(-\frac{2}{3}\right) = g^{-1}(99)$$

Calculamos a inversa de  $g$   $p/x = 99$

$g(x) = x^2 + 4x + 3$ , substituindo  $g(x)$  por  $x$  e  $x$  por  $g^{-1}(99)$ .

$$x = [g^{-1}(99)]^2 + 4 \cdot [g^{-1}(99)] + 3$$

$$[g^{-1}(99)]^2 + 4 \cdot [g^{-1}(99)] + 3 = 99 \Rightarrow [g^{-1}(99)]^2 + 4[g^{-1}(99)] - 96 = 0$$

Encontramos a seguinte equação do 2º grau, cujas raízes são 8 e 12 o que nos leva a concluir que  $g^{-1}(99) = (g \circ g)\left(-\frac{2}{3}\right) = 8$

Tal observação dispensa a análise dos outros itens.

Resposta correta: "A"



09. Num triângulo ABC cujos ângulos são designados por A, B e C, supõe-se que

$$2 \cdot \operatorname{tg} A = \operatorname{tg} B + \operatorname{tg} C \text{ e } 0 < A < \frac{\pi}{2}. \text{ Nesse triângulo vale a relação:}$$

- A.  $\operatorname{tg} B \cdot \operatorname{tg} C = \sqrt{3}$
- B.  $\operatorname{tg} B \cdot \operatorname{tg} C = 3$
- C.  $\operatorname{tg} B \cdot \operatorname{tg} C = 2$
- D.  $\operatorname{tg} B \cdot \operatorname{tg} C = 1$

**CLF – COMENTA:**

Se A, B e C, são ângulos internos do triângulo, então:  $A + B + C = 180^\circ$

$$\operatorname{tg}(B + C) = \frac{\operatorname{tg} B + \operatorname{tg} C}{1 - \operatorname{tg} B \cdot \operatorname{tg} C}$$

$$- \frac{\operatorname{tg} A}{1} = \frac{2 \operatorname{tg} A}{1 - \operatorname{tg} B \cdot \operatorname{tg} C}$$

$$-1 + \operatorname{tg} B \cdot \operatorname{tg} C = 2$$

$$\boxed{\operatorname{tg} B \cdot \operatorname{tg} C = 3}$$

- $B + C = 180^\circ - A$   
 $\operatorname{tg}(B + C) = \operatorname{tg}(180^\circ - A)$   
 $\operatorname{tg}(B + C) = -\operatorname{tg} A$
- $2\operatorname{tg} A = \underbrace{\operatorname{tg} B + \operatorname{tg} C}$

**Resposta correta: “B”**

10. O número  $55/7$  está compreendido entre k décimos e  $k + 1$  décimos, sendo k um número inteiro. O valor de k é:

- A. 78
- B. 76
- C. 77
- D. 79

**CLF – COMENTA:**

$$\frac{k}{10} < \frac{55}{7} < \frac{k+1}{10}$$

$$\frac{7k}{70} < \frac{550}{70} < \frac{7k+7}{70}$$

$$7k < 550 < 7k + 7$$

**Construindo uma inequação simultânea a partir do enunciado.**

$$\textcircled{I} \quad 7k < 550$$

$$k < \frac{550}{7}$$

$$\boxed{k < 78,57}$$

$$\textcircled{II} \quad 7k + 7 > 550$$

$$7k > 543$$

$$k > \frac{543}{7}$$

$$\boxed{k > 77,57}$$

Logo k deve ser 78.

**Resposta correta: “A”**

11. Dada a equação  $2x^2 + (2k - 30)x + 2k = 0$ . Qual é a soma de todos os valores que  $k$  deve assumir para que as duas raízes da equação sejam números inteiros?

- A. 68
- B. 102
- C. 75
- D. 77

**CLF – COMENTA:**

$$2x^2 + (2k - 30)x + 2k = 0$$

$$2x^2 + 2(k - 15)x + 2k = 0 (\div 2)$$

$$x^2 + (k - 15)x + k = 0, \text{ isolando } k$$

$$x^2 + kx - 15x + k = 0$$

$$kx + k = 15x - x^2$$

$$k(x + 1) = 15x - x^2$$

$$k = \frac{15x - x^2}{x + 1}$$

Como a questão não nos dá informações suficientes para uma resolução mais prática fizemos uso do método das tentativas, substituindo  $x$  (raiz da equação) por valores inteiros e observando os resultados temos:

$x$	$y$	4	44/5	9	54/10
0	0	5	25/3	10	50/11
1	7	6	54/7	-1	3
2	26/3	7	7	-2	34
3	9	8	56/9	-3	27
				-4	76/3
				-5	25

Assim sendo, concluímos então que os possíveis valores de  $k$  que satisfazem as condições do problema são: 0, 7, 9, 25, 27, 34 cuja soma é 102.

**Resposta correta: "B"**

12. As coordenadas do centro da elipse de equação  $2x^2 + 3y^2 - 4x + 12y + 8 = 0$  é:

- A. (1 ; 2)
- B. (2 ; 1)
- C. (1 ; -2)
- D. (-1 ; -2)

**CLF – COMENTA:**

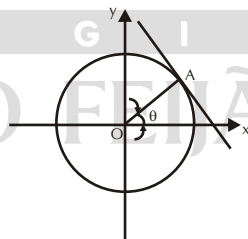
$$\begin{aligned}
 2x^2 + 3y^2 - 4x + 12y + 8 &= 0 \\
 2x^2 - 4x + 3y^2 + 12y &= -8 \\
 2(x^2 - 2x) + 3(y^2 + 4y) &= -8 \\
 2(x^2 - 2x + 1) + 3(y^2 + 4y + 4) &= -8 + 2 + 12 \\
 2(x - 1)^2 + 3(y + 2)^2 &= 6
 \end{aligned}$$

$\frac{(x-1)^2}{3} + \frac{(y+2)^2}{2} = 1$   
**C(+1 ; -2)**

**Resposta correta: "C"**

13. A equação da reta  $t$ , tangente à circunferência de raio  $r$  no ponto  $A$ , conforme figura abaixo, é dado por:

- A.  $x \cos \theta + y \sin \theta = r$
- B.  $x \cos \theta + y \sin \theta = -r$
- C.  $x \cos \theta - y \sin \theta = r$
- D.  $x \cos \theta - y \sin \theta = -r$



**CLF – COMENTA:**

Se a reta "r" tangencia a circunferência então:  $t \perp r$  (se perpendicular)

$$\begin{aligned}
 m_s = tg \theta \Rightarrow m_r &= -\frac{1}{tg \theta} = -\frac{\cos \theta}{\sin \theta} \\
 A(x, y) \Rightarrow A(r \cdot \cos \theta; r \cdot \sin \theta) \\
 \cos \theta &= \frac{x}{r} \quad \sin \theta = \frac{y}{r} \\
 x &= r \cdot \cos \theta \quad y = r \cdot \sin \theta \\
 \text{Então: } y - y_0 &= m(x - x_0) \\
 y - r \cdot \sin \theta &= -\frac{\cos \theta}{\sin \theta} (x - r \cdot \cos \theta)
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 y - r \cdot \sin \theta &= -\frac{\cos \theta}{\sin \theta} x + r \cdot \frac{\cos^2 \theta}{\sin \theta} \\
 y \cdot \sin \theta - r \cdot \sin^2 \theta &= -x \cdot \cos \theta + r \cdot \cos^2 \theta \\
 -x \cdot \cos \theta + r \cdot \cos^2 \theta &= y \cdot \sin \theta - r \cdot \sin^2 \theta \\
 x \cdot \cos \theta + y \cdot \sin \theta &= r \cdot \sin^2 \theta + r \cdot \cos^2 \theta \\
 x \cdot \cos \theta + y \cdot \sin \theta &= r(\sin^2 \theta + \cos^2 \theta) = r
 \end{aligned}$$

**$x \cdot \cos \theta + y \cdot \sin \theta = r$**

**Resposta correta: "A"**

14. Seja  $P(x) = x^4 + k_1x^3 + k_2x^2 + k_3x + k_4$  um polinômio com coeficientes inteiros. Sabe-se que as quatro raízes de  $P(x)$ , são inteiras e que três delas são pares e uma é ímpar. Então podemos afirmar que:
- $P(x)$  tem três coeficientes ímpares e dois pares.
  - $P(x)$  tem todos coeficientes ímpares.
  - $P(x)$  tem três coeficientes pares e dois ímpares.
  - $P(x)$  tem quatro coeficientes ímpares e um par.

**CLF – COMENTA:**

$$P(x) = (x-2) \cdot (x-2) \cdot (x-2) \cdot (x-1)$$

$$(x-2)^3 \cdot (x-1)$$

$$(x^3 - 3x^2 \cdot 2 + 3 \cdot x \cdot 2^2 - 2^3) \cdot (x-1)$$

$$(x^3 - 6x^2 + 12x - 8) \cdot (x-1)$$

$$x^4 - 6x^3 + 12x^2 - 8x - x^3 + 6x^2 - 12x + 8$$

$$x^4 - 7x^3 + 18x^2 - 20x + 8$$

$$\text{Coeficientes Pares} = 18; -20; 8 \text{ (Total} = 3)$$

$$\text{Coeficientes Ímpares} = 1; -7 \text{ (Total} = 2)$$

Conforme o enunciado: quatro raízes inteiras; três pares e uma ímpar. Então ficamos à vontade para quaisquer raízes, das quais escolhemos: (2, 2, 2, 1)

Resposta correta: "C"

15. A que taxa semestral esteve aplicado o capital que em 4 anos triplicou de valor?

- 26% ao semestre
- 24% ao semestre
- 27% ao semestre
- 25% ao semestre

**CLF – COMENTA:**

**Assunto : Juros simples**

$$J = C \cdot i \cdot n$$

$$t = 4 \text{ anos} \rightarrow 8 \text{ semestres}$$

$$M = 3x$$

$$J = 2x$$

$$C = x$$

$$2x = x \cdot i \cdot 8$$

$$i = \frac{2x}{8x}, x \neq 0$$

$$i = \frac{1}{4} a \cdot s$$

$$i = 0,25 a \cdot s = 25\%$$

Resposta correta: "D"

16. Uma pessoa X fundou uma empresa com um certo capital e, após 4 meses de atividades, admitiu um sócio Y, com o mesmo capital. Se após um ano de sua formação, a empresa teve um lucro de R\$ 2.500.000,00, a parte desse lucro que coube a Y foi de:

- A. R\$ 1.000.000,00
- B. R\$ 1.250.000,00
- C. R\$ 1.500.000,00
- D. R\$ 750.000,00

**CLF – COMENTA:**

Nota-se que a pessoa X passou 3 quadrimestre com o capital aplicado enquanto que a pessoa Y passou 2 quadrimestre. Como o lucro foi de R\$ 2.500.000,00, devemos ter:

$$3k + 2k = 2.500.000$$

$$5k = 2.500.000$$

$$k = 500.000$$

A pessoa Y receberá

$$y = 2k$$

$$y = 1.000.000$$

**Resposta correta: "A"**

C O L É G I O

17. Multiplicando-se todas as linhas de um determinante de ordem n por um número  $k \in \mathbb{R}$ , podemos afirmar sempre que:

- A. o valor do determinante fica multiplicado por  $k^n$
- B. o valor do determinante fica multiplicado por  $n^k$
- C. o valor do determinante não se altera
- D. o valor do determinante fica multiplicado por  $k \cdot n$

**CLF – COMENTA:**

Considere para efeito de cálculo uma matriz de ordem 3.

Dado o determinante:

$$\begin{vmatrix} a & p & x \\ b & l & y \\ c & m & z \end{vmatrix} = k$$

Se multiplicarmos todas as linhas desse determinante por "n", temos que:

Resposta correta: "A"

$$\begin{vmatrix} n \cdot a & n \cdot p & n \cdot x \\ n \cdot b & n \cdot l & n \cdot y \\ n \cdot c & n \cdot m & n \cdot z \end{vmatrix} = k^n$$

18. Considere o sistema  $\begin{cases} x - ky = 1 - k \\ (1+k)x + y = 1 \end{cases}$ . Qual é o valor de  $k$  para que  $x$  seja o maior possível?

A.  $\frac{1}{2}$

B.  $\frac{1}{4}$

C.  $-\frac{1}{4}$

D.  $-\frac{1}{2}$

CLF – COMENTA:

Vamos chamar o determinante dos coeficientes de  $y$ , então:

$$y = \begin{vmatrix} 1 & -k \\ 1+k & 1 \end{vmatrix}$$

$$y = 1 + k(1+k)$$

$$y = 1 + k + k^2$$

Para  $x$  ser o maior possível devemos calcular  $m_v = -\frac{b}{2a}$

Logo:  $m_v = -\frac{1}{2}$

Resposta correta: "D"

19. Se  $B = \{1; 2; \dots; n\}$ , então o número de elementos do conjunto  $\{x - y \in \mathbb{Z} \mid x \in B \wedge y \in B\}$  é:

- A.  $2n - 3$
- B.  $2n - 2$
- C.  $2n - 1$
- D.  $2n + 1$

**CLF – COMENTA:**

Procurando uma lei de recorrência que descreva a situação proposta pelo problema, através de exemplos, onde  $n$  ia variando de valores descritos, encontramos:

$$2n - 1$$

Veja o procedimento que utilizamos:

Para  $n = 3$ , temos:

$$B = \{1, 2, 3\}$$

$$1-1; 1-2; 1-3 \rightarrow 3(n)$$

$$2-1; \cancel{2-2}; \cancel{2-3} \rightarrow 1 \quad (n-1)$$

$$3-1; \cancel{3-2}; \cancel{3-3} \rightarrow 1 \quad \boxed{\phantom{00}} \quad \text{5 elementos}$$

Para  $n = 4$ , temos;

$$B = \{1, 2, 3, 4\}$$

$$1-1; 1-2; 1-3; 1-4; \rightarrow 4(n)$$

$$2-1; \cancel{2-2}; \cancel{2-3}; \cancel{2-4} \rightarrow 1 \quad (n-1)$$

$$3-1; \cancel{3-2}; \cancel{3-3}; \cancel{3-4} \rightarrow 1$$

$$4-1; \cancel{4-2}; \cancel{4-3}; \cancel{4-4} \rightarrow 1 \quad \boxed{\phantom{00}} \quad \text{7 elementos}$$

Observando esses exemplos, concluímos que, iniciando com  $n$ , a soma de todos os elementos de  $B$ , seria  $n$ , que é o número de elementos da primeira fila, com  $(n - 1)$ , que é a soma da quantidade de elementos das outras filas.

Para  $n = 5$ , temos:

$$B = \{1, 2, 3, 4, 5\}$$

$$1-1; 1-2; 1-3; 1-4; 1-5 \rightarrow 5(n)$$

$$2-1; \cancel{2-2}; \cancel{2-3}; \cancel{2-4}; \cancel{2-5} \rightarrow 1 \quad (n-1)$$

$$3-1; \cancel{3-2}; \cancel{3-3}; \cancel{3-4}; \cancel{3-5} \rightarrow 1$$

$$4-1; \cancel{4-2}; \cancel{4-3}; \cancel{4-4}; \cancel{4-5} \rightarrow 1$$

$$5-1; \cancel{5-2}; \cancel{5-3}; \cancel{5-4}; \cancel{5-5} \rightarrow 1 \quad \boxed{\phantom{00}} \quad \text{9 elementos}$$

Resposta correta: "C"

20. Seja  $B = \left\{ \frac{(-1)^n}{n!} + \operatorname{sen}\left(\frac{n! \pi}{6}\right); n \in \mathbb{N} \right\}$ . Qual o conjunto abaixo é tal que sua intersecção com B dá o próprio B?
- A.  $[0, 2]$   
 B.  $[-2, 2]$   
 C.  $(-\infty, 2]$   
 D.  $[-2, 0]$

**CLF – COMENTA:**

**Temos:**

$$\bullet n = 1 \Rightarrow -\frac{1}{1} + \operatorname{sen} \frac{\pi}{6} = -\frac{1}{2}$$

$$\bullet n = 2 \Rightarrow \frac{1}{2} + \operatorname{sen} \frac{\pi}{3} = \frac{1 + \sqrt{3}}{2}$$

$$\bullet n \geq 3 \Rightarrow \left| \frac{(-1)^n}{n!} \right| = \frac{1}{n!} \leq \frac{1}{6}$$

$$\operatorname{sen}\left(\frac{n! \pi}{6}\right) = 0 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \left| \frac{(-1)^n}{n!} + \operatorname{sen}\left(\frac{n! \pi}{6}\right) \right| \leq \frac{1}{6}$$

**Logo :**

$$-\frac{1}{2} \leq x_n \leq \frac{1 + \sqrt{3}}{2} \Rightarrow B \subset [-2, 2]$$

**Resposta correta: "B"**



## **HISTÓRIA**

21. Leia atentamente as afirmativas abaixo e assinale a alternativa correta:

- I – A conceituação moderna de história entende, acima de tudo, que a História é a ciência que estuda as mudanças, as transformações ocorridas no processo histórico.
  - II – A abordagem crítica da História destaca-se ao analisar a sociedade enquanto processo globalizante, apreendendo a realidade e suas transformações.
  - III – A ciência histórica define-se pelo levantamento de dados ou fatos sem caráter explicativo.
  - IV – As mudanças no processo histórico decorrem da ação dos próprios homens, que são os agentes da História.
- A. somente as afirmativas I e III são verdadeiras.
  - B. somente as afirmativas III e IV são verdadeiras.
  - C. somente as afirmativas I, II e IV são verdadeiras.
  - D. as afirmativas I, II, III e IV são verdadeiras.

**CLF – COMENTA:**

**A questão envolve o conceito de história através do paradigma conhecido como Nova História ou História dos Anais que tem como objetivo apresentar o verdadeiro ofício do historiador e as transformações ocorridas no processo histórico rompendo com a História Tradicional.**

**Resposta correta: "C"**

22. O período que vai do aparecimento do homem até o aparecimento da escrita chama-se Pré-História. Costuma-se dividir a Pré-História. Nos seguintes períodos: Paleolítico (Pedra Lascada) e Neolítico (Pedra Polida).

- ( ) Os homens do período Paleolítico associavam-se em hordas pouco numerosas, que viviam da caça da pesca e da coleta de raízes e frutas, dentro de um regime de comunismo primitivo, caracterizado pela ausência da propriedade privada e da acumulação de riquezas.
- ( ) Devido ao fato de serem coletores de alimentos, os homens do período Paleolítico eram nômades, vivendo em cavernas próximas aos vales férteis e em locais onde a caça fosse abundante.
- ( ) No Paleolítico, os homens viviam da caça e da pesca conseguindo com essas atividades acumular riquezas o que resultou no surgimento da propriedade privada.
- ( ) São características do período Neolítico: o uso da cerâmica, habitação em palafitas, sedentarismo, fundição de metais, agricultura e domesticação de animais, invenção da roda, etc...

A sequência correta, de cima para baixo, é:

- A. V, F, V, F
- B. V, V, F, V
- C. F, V, F, V
- D. F, F, V, F

**CLF – COMENTA:**

A questão refere-se aos períodos da Pré-História conhecidos como Paleolítico e Neolítico, o Paleolítico (pedra Lascada) foi marcado pelo nomadismo, pelos hábitos de caça e pela produção de instrumentos rudimentares, ou seja viviam um regime de comunismo primitivo o que não permitia o acúmulo de riquezas e a propriedade privada.

**Resposta correta: "B"**

23. As Cruzadas, a descoberta da América (1492), a independência do Brasil (1822), a Segunda Guerra Mundial (1939 - 1945), os atentados terroristas às torres de World Trade Center (set - 2001) ocorreram respectivamente:
- A. na Idade Antiga, na Idade Média, na Idade Moderna, na Idade Contemporânea, na Idade Contemporânea.
  - B. na Idade Antiga, na Idade Média, na Idade Média, na Idade Moderna, na Idade Contemporânea.
  - C. na Idade Média, na Idade Moderna, na Idade Contemporânea, na Idade Contemporânea, na Idade Contemporânea.
  - D. na Idade Antiga, na Idade Média, na Idade Moderna, na Idade Moderna, na Idade Contemporânea.

**CLF – COMENTA:**

**A questão refere-se a periodização histórica relacionando os acontecimentos aos seus períodos, portanto, só há que relacioná-los.**

**— Cruzadas - Idade Média**

**— Descoberta da América - Idade Moderna**

**— Independência do Brasil - Idade Contemporânea**

**— Segunda Guerra Mundial - Idade Contemporânea**

**— Atentados terroristas em 11 de setembro de 2001 - Idade Contemporânea**

**Resposta correta: "C"**

24. A formação do Egito, se deu entre o final do Paleolítico e o começo do Neolítico. Nesta época, parte da população já se instalara no delta do rio Nilo. Sobre a cultura egípcia, podemos afirmar corretamente que:

1. O pensamento egípcio não era baseado em teorias gerais ou em lógica, como seria, mais tarde, o pensamento grego. Os egípcios pensavam sempre a partir da aquisição de experiências anteriores, do acúmulo de exemplos.
2. De modo geral, a cultura era privilégio das altas camadas, e as letras eram ligadas ao Estado faraônico. Os escribas por exemplo, desempenhavam, um importante papel no Estado egípcio, pois com suas habilidades e seus conhecimentos, eles auxiliavam a organização do governo.
3. Os egípcios antigos eram profundamente crentes e místicos. Sempre foram monoteístas, cultuando Javé, que não permitia que erigissem estátuas em sua homenagem.
4. Havia nos egípcios uma crença absoluta no renascer. Para que o morto pudesse renascer, ele precisava preservar algumas coisas materiais na sua própria tumba. Julgavam, por isso, que a preservação do cadáver era essencial para garantir o renascer do morto no outro mundo, daí o desenvolvimento da técnica da mumificação.

A. 1, 3 e 4

B. 1, 2 e 4

C. 3 e 4

D. 1, 2 e 3

#### CLF – COMENTA:

**A cultura egípcia foi marcada pelo desenvolvimento da ciência através de experiências, das técnicas de mumificação, do desenvolvimento arquitetônico e por sua religiosidade que ficou conhecida devido o Politeísmo Antropozoomórfico. Vale destacar que os egípcios adotaram o monoteísmo somente no governo de Amenófis IV.**

**Resposta correta: “B”**

25. Achados arqueológicos e desorganização atrasam obras em Atenas para os jogos Olímpicos de 2004. Ocorre que Atenas tem mais de 5000 anos e um tesouro arqueológico em seu subsolo. Como era previsível, as obras trouxeram à tona um legado histórico de valor inestimável (Veja - nº 1823 08/10/2003).

Sobre a cultura grega, podemos afirmar:

- A. Valorizava o homem em todos os seus aspectos.
- B. Preocupava-se em valorizar somente a arte militar.
- C. Não trouxe nenhuma contribuição para o mundo moderno.
- D. Não deu importância ao desenvolvimento científico.

#### CLF – COMENTA:

**A cultura grega é marcada pela valorização do homem sobre todos os seus aspectos através das concepções filosóficas e científicas, os gregos deixaram um grande legado histórico para a humanidade.**

**Resposta correta: "A"**

26. A cidade de Roma, capital do maior império da Antigüidade, situa-se ao centro da península Itálica, na região denominada Lácio.

Analise as afirmativas abaixo, que tratam sobre a história romana.

- I – Segundo a versão lendária, Roma foi fundada por Rômulo e Remo.
- II – Pompeu, Crasso e César formaram o Primeiro Triunvirato.
- III – A sequência correta das formas de governo que Roma conheceu foi: Realeza, República e Império.
- IV – A classe social que detinha privilégios políticos era a dos plebeus.

Estão corretos:

- A. somente os itens I e IV
- B. somente os itens II e IV
- C. somente os itens I, II e III
- D. todos os itens

#### CLF – COMENTA:

**A história de Roma foi marcada pela versão lendária dos irmãos Rômulo e Remo, pela formação do Primeiro Triunvirato Romano por Júlio César, Pompeu e Crasso, pela organização política através das formas de governo conhecidas como Realeza ou Monarquia, República, e Império e pela organização social formada por patrícios, clientes, plebeus e escravos onde os patrícios e não os plebeus detinham os privilégios políticos.**

**Resposta correta: "C"**

27. Quanto ao modo de produção feudal, dominante no período medieval, é correto afirmar que:
- A. distinguiu-se de todas as demais formas de produção devido à sua economia de consumo.
  - B. foi caracterizado essencialmente pelas relações servis de produção.
  - C. era caracterizado ao nível político pela centralização do poder nas mãos dos reis.
  - D. difere-se do capitalismo apenas pela existência, neste, de trocas monetárias.

**CLF – COMENTA:**

**O sistema Feudal possuía uma política descentralizada, uma sociedade estamental (não permitia mobilidade social) e uma relação sócio-econômica marcada pelos laços de servidão entre senhor feudal e servo o que culminou o sistema de colonato.**

**Resposta correta: "B"**

28. Quanto ao Império bizantino, é correto afirmar-se que:
- A. durante todo o período medieval, caracterizou-se pela ruralização acentuada e pela incipiência do comércio.
  - B. o poder político sempre se caracterizou pela descentralização.
  - C. ao contrário do Ocidente, jamais conheceu as invasões bárbaras.
  - D. o poder político era teocrático, pois o imperador possuía poder sobre a Igreja.

**CLF – COMENTA:**

**O Poder Político em Bizâncio era caracterizado pelo Cesaropapismo, sistema que concedia poderes políticos e religiosos ao imperador, o que era considerado uma forma teocrática de governo.**

**Resposta correta: "D"**

29. Os finais da Idade Média foram marcados, ao nível filosófico, pelo surgimento de filósofos que defenderam os anseios da burguesia nos planos econômico, político e social. Essa filosofia denominou-se Iluminismo.

Sobre o Iluminismo podemos afirmar:

I – O Iluminismo forneceu as bases teóricas da Revolução Francesa.

II – A Enciclopédia foi uma tentativa de esquematização de todo o conhecimento disponível até o século XVIII.

III – O Iluminismo representou a teorização dos interesses da ascendente burguesia.

IV – O Iluminismo criticava o mercantilismo e a divisão dos três poderes.

Estão corretos os itens:

A. somente os itens I, II e IV

B. somente os itens I e IV

C. somente os itens I, II e III

D. somente os itens III e IV

#### CLF – COMENTA:

**O Iluminismo, movimento intelectual burguês tinha como princípios romper com o Antigo Regime através do combate ao Absolutismo, ao poder clerical e ao mercantilismo, defendendo a liberdade política baseada na divisão dos três poderes, a tolerância religiosa e o liberalismo político.**

**Resposta correta: "A"**

30. Analise as afirmativas abaixo, que tratam dos acontecimentos, após a Segunda Guerra Mundial e coloque V nas frases verdadeiras e F nas frases falsas.

- ( ) O início da Guerra Fria se dá com o fim da Segunda Guerra Mundial.
- ( ) A primeira reunião nas Nações Unidas realizou-se em São Francisco, em 1945.
- ( ) O termo Cortina de Ferro foi dado por Churchill para designar a separação entre os países capitalistas e os socialistas
- ( ) Após a Criação do Estado de Israel, os dirigentes judeus reconheceram todos os direitos do povo palestino.
- ( ) O fim da Segunda Guerra Mundial desencadeou uma série de movimentos de libertação em quase todas as colônias européias da África e da Ásia.

A seqüência correta, de cima para baixo, é:

- A. F, V, F, V, V
- B. V, F, F, V, F
- C. F, V, V, F, F
- D. V, V, V, F, V

**CLF – COMENTA:**

A questão refere-se aos acontecimentos do período conhecido como pós-segunda guerra que foi marcado pela Guerra Fria, confronto ideológico entre EUA e URSS, pela realização da conferência do São Francisco proporcionando oficialmente a criação da ONU, a criação do Estado de Israel, em 1948 onde imediatamente começou o primeiro confronto entre palestinos e israelenses e a formação de movimentos de libertação nas colônias européias da África e Ásia.

**Resposta correta: “D”**



31. Durante muito tempo pensava-se que o Brasil havia sido descoberto por acaso. Atualmente não se aceita mais a casualidade e sim a intencionalidade. Não é prova da intencionalidade:
- A. a insistência de Portugal no Tratado de Tordesilhas.
  - B. a habilidade dos portugueses na navegação.
  - C. a falta de surpresa na carta de Pero Vaz Caminha.
  - D. o desvio da rota em virtude de uma tempestade.

**CLF – COMENTA:**

Em se tratando de uma análise histórica-reflexiva, não percebemos a idéia que os já experientes navegadores portugueses, tenham encontrado as terras brasileiras por acaso no ano de 1500. O Tratado de Tordesilhas (1494), que substituiu a Bula Intercoetera, a Carta de Caminha e os conhecimentos náuticos lusos são exemplos comprobatórios da intencionalidade. Portanto a letra D está ligada a idéia da casualidade.

**Resposta correta: "D"**

32. Até 1530, em relação ao Brasil, Portugal:
- A. estabeleceu um amplo projeto de colonização e povoamento.
  - B. conquistou todo o litoral.
  - C. limitou-se a enviar algumas expedições e a explorar o pau-brasil.
  - D. fez do Brasil apenas ponto de passagem para o Oriente.

**CLF – COMENTA:**

O Período Pré-Colonial (1500-1530) foi marcado pela não ocupação efetiva do território brasileiro, visto que a colônia não oferecia atrativos imediatos e os portugueses estavam voltados para o comércio de especiarias no Oriente. A presença do pau-brasil, madeira de tintura que tinha um certo valor na Europa, fez acontecer as primeiras expedições exploratórias.

**Resposta correta: "C"**

33. Com relação ao sistema político-administrativo implantado por Portugal no Brasil ao dar início ao empreendimento colonizador, podemos dizer, corretamente que:
- A. O sistema de Capitanias Hereditárias foi implantado após o fracasso do sistema de Governo Geral.
  - B. A criação de Governo Geral representou uma tentativa de Portugal no sentido de centralizar a administração.
  - C. Com o fracasso das Capitanias Hereditárias as Câmaras Municipais deixaram de existir.
  - D. Com a implantação do Governo Geral foi nomeado como 1º Governador Geral Martim Afonso de Sousa.

**CLF – COMENTA:**

**O sistema de Capitanias Hereditárias (1534) marcou a efetiva ocupação colonial do Brasil. Com o fracasso da maioria das Capitanias, o Governo Português resolveu centralizar o poder com a criação do Governo Geral em 1548 com sede em Salvador. Tomé de Souza foi o primeiro Governador-Geral do Brasil, seguido por Duarte da Costa e Men de Sá.**

**Resposta correta: "B"**

34. Após a proclamação da Independência, o Brasil adotou como forma de governo a Monarquia hereditária, constitucional e representativa. A adoção dessa forma foi:
- A. a exigência da Inglaterra, cujo governo era monárquico e de quem o Brasil dependia economicamente.
  - B. o único instrumento capaz de manter, naquele momento, a unidade territorial e o sistema escravista.
  - C. exigência de D. João VI antes de deixar o Brasil pressentindo já a separação do Brasil de Portugal.
  - D. condição imposta pelos países que formavam a Santa Aliança, para fazer o reconhecimento de nossa independência.

**CLF – COMENTA:**

**O Brasil foi o único país da América Latina que adotou a Monarquia como forma efetiva de governo no pós "independência". Isso se deveu a um arranjo político feito pela elite agrária, para manter a unidade do território e os seus privilégios, como o trabalho escravo e o latifúndio. Embora a adoção da monarquia fosse algo simpático aos ingleses, não foram estes que tiveram papel decisivo na sua implantação.**

**Resposta correta: "B"**

35. Sobre a política dos governadores podemos afirmar que:

- A. baseava-se no coronelismo, no poder das oligarquias e na Comissão Verificadora.
- B. consistia na aliança entre o Poder Legislativo Federal e o Congresso Nacional.
- C. não dependia do coronelismo, nem do voto de cabresto.
- D. consistia na justa ação da Comissão Verificadora em defesa da autenticidade das eleições e a manifestação da verdadeira vontade popular.

**CLF – COMENTA:**

**A República Velha (1889-1930) foi marcada por uma estrutura política que favoreceu o estabelecimento de oligarquias no poder Estadual e Federal, baseada no "voto de cabresto" e no coronelismo.**

**A política dos Governadores, iniciada no Governo Campos Sales, consolidou a permanência dessas oligarquias no poder, através de uma troca de favores (diga-se apóio) entre os governos Estaduais e o Governo Central.**

**Resposta correta: "A"**

36. Faça a correspondência:

- 1 – Juscelino Kubitschek ( ) Foi obrigado a governar a princípio, sob o
- 2 – Jânio Quadros sistema parlamentarista.
- 3 – João Goulart ( ) Suicidou-se em pleno exercício do mandato.
- 4 – Getúlio Vargas ( ) Renunciou ao poder alegando "sentir-se esmagado por forças terríveis".
- ( ) Promoveu a construção de Brasília.

A sequência correta, de cima para baixo, é:

- A. 1, 4, 2, 3
- B. 4, 3, 2, 1
- C. 3, 4, 2, 1
- D. 2, 4, 1, 3

**CLF – COMENTA:**

**Questão de fácil análise, que pode ser resolvida com conhecimento parcial sobre o assunto abordado.**

**A República Populista (1946-1964) foi marcada pelo personalismo dos políticos da época, mas o nacionalismo e suicídio de Vargas juntamente com o desenvolvimentismo de JK, foram os pontos mais importantes dessa época.**

**Resposta correta: "C"**

37. Fatores que colaboraram para a eclosão do Golpe de 1964.

- A. As relações do presidente João Goulart com o sistema sindical e com grupos políticos nacionalistas, encarados pelos setores conservadores como manifestações claras de um programa subversivo e de esquerda socializante.
- B. A recusa de Goulart e seu Ministério em executar os planos de uma reforma de base.
- C. A aliança Lacerda-Goulart ao programa de reintegração do Brasil no sistema capitalista mundial, formulado com fundamento na hegemonia dos Estados Unidos.
- D. O ressentimento do proletariado urbano em relação à política de congelamento salarial que vinha sendo desenvolvida.

**CLF – COMENTA:**

**O Golpe Militar de 1964, que colocou fim a fase populista e deu início a Ditadura, foi uma reação militar apoiada pela burguesia nacional e internacional em meio ao anúncio das Reformas de Base pelo Presidente João Goulart. O pretexto encontrado pelas elites foi o de acusar o Governo Goulart de comunista e subversivo na medida em que este se aproximava dos setores populares engajados na realização de profundas reformas socio-econômicas no país.**

**Resposta correta: "A"**

38. Colonos portugueses, apoiados por expedições militares, começam a ocupar o Ceará por volta de 1610. O objetivo é proteger a capitania, criada em 1534:
- A. da influência de líderes messiânicos, como Antônio Conselheiro.
  - B. dos aventureiros missionários, espanhóis e exploradores de "drogas do sertão".
  - C. dos ataques de franceses, holandeses e ingleses que se aliavam a tribos locais.
  - D. dos ataques dos holandeses e franceses que queriam fundar no Ceará a chamada França Equinocial.

**CLF – COMENTA:**

Embora a questão no seu enunciado faça referência ao Ceará Colonial, deve ser analisada dentro de um contexto histórico geral da colonização brasileira. A alternativa A cita Antônio Conselheiro, personagem da história republicana e sem nenhuma ligação com o objetivo final da questão, bem como a letra D que menciona a França Equinocial que se relaciona apenas ao Maranhão. A letra C enfatiza exatamente a preocupação do Governo Português com os invasores estrangeiros presentes na costa brasileira, que se utilizavam da amizade com os indígenas para explorarem economicamente a colônia lusa.

**Resposta correta: "C"**

39. A vitória do movimento de 1930 deu início a um novo período na história do Brasil, que se estendeu até 1945. Esse período foi marcado pela liderança política de Getúlio Vargas, sendo, por isso, conhecido como **Era Vargas ou período Getulista**.

Analise as afirmativas abaixo que tratam das transformações ocorridas durante esses quinze anos.

- I. Até 1930, o Brasil era uma República de fazendeiros que dava continuidade ao Império, que, por sua vez, era continuação da política colonial portuguesa.
- II. A Revolução de 30 quebrou a espinha dorsal da República Velha, instituiu o discurso da unidade nacional e deu início à primeira arrancada industrial brasileira.
- III. Vargas, na seara política, foi um ditador como qualquer outro. Centralizou todas as decisões, prendeu inimigos políticos, censurou a imprensa, etc...
- IV. Vem da Era Vargas também a modernização das relações de trabalho, com o salário mínimo e a hoje defasada legislação trabalhista.
- V. Paradoxalmente, foi na ditadura de Vargas que se criaram as condições para o segundo ciclo de desenvolvimento que marcou o século XX, no governo de Juscelino Kubitschek.

Estão corretos:

- A. somente os itens I, II e V
- B. somente os itens I e IV
- C. somente os itens I, III e V
- D. todos os itens

#### CLF – COMENTA:

Embora o item I exija do aluno um certo cuidado com a afirmativa relacionada a uma seqüência histórica, a questão envolve colocações diretas sobre os fatos ocorridos na ERA VARGAS (1930-45). O paradoxalmente que o item V menciona, refere-se ao fato de Juscelino Kubitschek ter aberto a economia para o capital estrangeiro o que contrastava com o nacionalismo getuliano.

Resposta correta: "D"

40. A posse de Luís Inácio Lula da Silva na Presidência do Brasil sintetiza duas conquistas fundamentais: a consolidação da democracia e da importância da estabilidade monetária, um marco fundamental num país que acumulou um índice inflacionário de mais de um quintilhão por cento no século passado. Sobre a chegada de Lula, o ex-torneiro mecânico, ao Palácio do Planalto, podemos afirmar que:

- ( ) O Brasil, com a chegada de Lula à Presidência do Brasil, afirma-se como uma nação de extraordinária mobilidade social.
- ( ) Lula, aceitou as negociações feitas no governo de Fernando Henrique Cardoso com o Fundo Monetário Internacional (FMI) e não perdeu oportunidade de informar os eleitores sobre sua decisão de pagar dívidas e respeitar contratos.
- ( ) Lula, imigrante nordestino, conquistou o mais alto posto do país alavancado por triunfos eleitorais: foi prefeito de sua cidade natal – Caetés, vereador em Garanhuns e deputado federal.
- ( ) Lula foi eleito em sua quarta tentativa de chegar à Presidência da República do Brasil.

A sequência correta, de cima para baixo, é:

- A. F, V, F, V
- B. V, F, F, F
- C. F, V, F, F
- D. V, V, F, V

#### CLF – COMENTA:

A análise da questão permite-nos duas leituras no que se refere ao primeiro item, uma vez que é imprescindível a afirmação de que o Brasil é um país que apresenta no atual contexto sócio-econômico um quadro de mobilidade social importante no seu desenvolvimento. No entanto, o fato da questão apontar para uma consolidação desse quadro após ascensão de Lula (ex-torneiro mecânico) a presidência, traz-nos a reflexão de que muito ainda falta a nosso país tal referência, visto que as oportunidades para a grande maioria dos brasileiros ainda são escassas e apenas uns poucos conseguem tal proeza.

Resposta correta: "A"

