

Matière : Maths 1

## **Série de TD N°2**

### **Limites**

**Exercice 1 :** Calculer les limites suivantes :

$$\begin{array}{lll} 1) \lim_{x \rightarrow 1} \frac{\sqrt{x} - 1}{1 - x} & 3) \lim_{x \rightarrow 0} \sqrt{x} \sin\left(\frac{1}{x}\right) & 5) \lim_{x \rightarrow 0} (1 + x)^{\frac{1}{x}} \\ 2) \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{e^{3x} + 2x + 7}{e^x + e^{-x}} & 4) \lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{x^x - 1}{\sin x} & 6) \lim_{x \rightarrow 0} (1 + ax)^{\frac{1}{x}} \end{array}$$

### **Continuité**

**Exercice 2 :**

$$\begin{array}{l} 1) f(x) = \begin{cases} 1/\ln|x| & \text{si } x \notin \{-1, 0, 1\} \\ 0 & \text{si } x = -1, 0, 1 \end{cases} \text{ . En quels points } f \text{ est-elle continue?} \\ 2) f(x) = \begin{cases} a \cos x + b \sin x & x < \pi/2 \\ \pi - x & \pi/2 < x < \pi \\ x^2 - a & \pi < x \end{cases} \text{ , Déterminer les valeurs de } a \text{ et } b, \text{ pour que } f \text{ soit continue.} \end{array}$$

**Exercice 3 :**

Dire si les fonctions suivantes sont prolongeables par continuité à  $\mathbb{R}$  tout entier :

$$\begin{array}{l} 1. f_1(x) = \sin(x+1) \ln|x+1| \quad \text{si } x \neq -1 \\ 2. f_2(x) = (x^2 - 4) \ln|x^2 - 4| \quad \text{si } x \neq 2 \end{array}$$

### **Dérivabilité**

**Exercice 4 :** Etudier si la fonction  $f$  est dérivable sur  $\mathbb{R}$  :

$$f(x) = \begin{cases} x^2 \cos\left(\frac{1}{x}\right) & \text{si } x \neq 0 \\ 0 & \text{si } x = 0 \end{cases} ,$$

**Exercice 5 :**

Soit  $f$  une fonction définie sur  $\mathbb{R}$  par :  $\frac{(x-1)^2}{1+|x-1|}$

1. Démontrer que la fonction  $f$  est dérivable en 1. Donner le nombre dérivé de  $f$  en 1.
2. Déterminer une équation de la tangente ( $T$ ) à la courbe  $C$  au point d'abscisse 1.

**Exercice 6 :**

Déterminer la limite des fonctions suivantes par deux méthodes, en utilisant la définition du nombre dérivé et la règle de l'Hospital

$$\begin{array}{lll} 1) \lim_{x \rightarrow \pi} \frac{\sin x}{(x - \pi)} & 2) \lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{\cos x - e^x}{(x+1)e^x - 1} & 3) \lim_{x \rightarrow 0} \frac{x \sin x}{1 - \cos x} \end{array}$$