

1. Стойността на израза  $\frac{(\sqrt{2}-1)(3+2 \cdot 2^{1/2})}{\sqrt{2}+1}$  е:

- а) 1, б)  $\sqrt{2}$ , в)  $\frac{1}{\sqrt{2}-1}$ , г) 2, д)  $\sqrt{2}+1$ .

$$\frac{(\sqrt{2}-1)(3+2\sqrt{2})}{\sqrt{2}+1} = \frac{(\sqrt{2}-1)^2(3+2\sqrt{2})}{(\sqrt{2}+1)(\sqrt{2}-1)} = \frac{(2-2\sqrt{2}+1)(3+2\sqrt{2})}{2-1} =$$

$$= (3-2\sqrt{2})(3+2\sqrt{2}) = 9 - 4 \cdot 2 = 1 \quad \boxed{1 \text{ а}}$$

2. Ако 30% от  $(a+b)$  е равно на 120% от  $(b-2a)$ , то  $\frac{a}{b}$  е:

- а) 3, б)  $\frac{1}{3}$ , в)  $\frac{4}{3}$ , г)  $\frac{3}{4}$ , д) 2.

$$\frac{30}{100}(a+b) = \frac{120}{100}(b-2a) \Rightarrow a+b = 4b-8a \Rightarrow$$

$$\Rightarrow a+8a = 4b-b \Rightarrow 9a = 3b \Rightarrow 3a = b \quad | :3b$$

$$\Rightarrow \boxed{\frac{a}{b} = \frac{1}{3}} \quad \boxed{26}$$

3. Ако  $x_1$  и  $x_2$  са корени на уравнението  $x^2 + cx + c - 3 = 0$ , то изразът  $x_1^2 + x_2^2$  е най-малък, ако  $c$  е:

- а) 3, б)  $\sqrt{3}$ , в)  $\frac{1}{3}$ , г) 1, д)  $\frac{1}{2}$ .

$$x_1 + x_2 = -\frac{b}{a} = -\frac{c}{1} = -c; \quad x_1 x_2 = \frac{c}{a} = \frac{c-3}{1} = c-3$$

$$x_1^2 + x_2^2 = x_1^2 + 2x_1 x_2 + x_2^2 - 2x_1 x_2 = (x_1 + x_2)^2 - 2x_1 x_2 =$$

$$= (-c)^2 - 2(c-3) = c^2 - 2c + 6$$

$$\Rightarrow f(x) = x^2 - 2x + 6 \Rightarrow x_0 = -\frac{b}{2a} = -\frac{-2}{2} = 1 \Rightarrow \boxed{c=1} \quad \boxed{3 \text{ г}}$$

4. Да се намерят стойностите на параметъра  $a$ , за които системата

$$\begin{cases} ax + y - 1 = 0 \\ x^2 - y + 2 = 0 \end{cases} \text{ няма реално решение:}$$

- а)  $a \in (-2; 2)$ , б)  $a \in (-\infty; 2)$ , в)  $a \in (-\infty; -2) \cup (2; \infty)$ ,  
г)  $a \in (0; \infty)$ , д)  $a \in (-\infty; 0) \cup (-2; 2)$ .

$$y = 1 - ax \Rightarrow x^2 - (1 - ax) + 2 = 0 \Rightarrow x^2 - 1 + ax + 2 = 0 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow x^2 + ax + 1 = 0 \Rightarrow \Delta = a^2 - 4 \cdot 1 \cdot 1 = a^2 - 4 < 0 \Rightarrow$$

$$(a-2)(a+2) < 0$$

$$a_1 = 2 \quad a_2 = -2$$



$$\text{Отв. } a \in (-2; 2) \quad \boxed{4 \text{ а}}$$

5. Решението на уравнението  $\frac{x+2}{x-1} + \frac{2}{x-2} = \frac{3}{3x-x^2-2}$  е:

а)  $x = 1, x = -3,$

б)  $x = -3,$

в)  $x = -2,$

г)  $x = -1, x = 3,$

д)  $x = 0, x = 4.$

$$-x^2 + 3x - 2 = 0 / (-1) \quad \Delta = 9 - 4 \cdot 1 \cdot 2 = 1 \quad x_1 = 2$$

$$x^2 - 3x + 2 = 0 \quad x_{1,2} = \frac{3 \pm 1}{2} \quad x_2 = 1$$

$$\frac{x+2}{x-1} + \frac{2}{x-2} + \frac{3}{(x-2)(x-1)} = 0 \quad \Delta M: \begin{cases} x \neq 1 \\ x \neq 2 \end{cases}$$

$$(x+2)(x-2) + 2(x-1) + 3 = 0 \quad \Delta_1 = 1 + 3 = 4$$

$$x^2 - 4 + 2x - 2 + 3 = 0 \quad x_{1,2} = \frac{-1 \pm 2}{1}$$

$$x^2 + 2x - 3 = 0 \quad \boxed{56} \quad \boxed{x_1 = -3} \quad x_2 = 1 \notin \Delta M$$

6. Коренът на уравнението  $x - \sqrt{4-x} = 2$  е:

а) 0,

б) 4,

в) -5,

г) 3,

д)  $\sqrt{2}.$

$$x - 2 = \sqrt{4-x} \quad \Delta M: \begin{cases} 4-x \geq 0 \\ x-2 \geq 0 \end{cases} \quad \begin{cases} x \leq 4 \\ x \geq 2 \end{cases}$$

$$x^2 - 4x + 4 = 4 - x$$

$$x^2 - 4x + x = 0$$

$$x^2 - 3x = 0$$

$$x(x-3) = 0$$

$$\begin{matrix} x_1 = 0 \\ \notin \Delta M \end{matrix} \quad \boxed{x_2 = 3} \quad \boxed{6 \text{ г}} \quad \in \Delta M$$

7. Числото  $\log_2(\log_3 9^8)$  е равно на:

а) 2,

б) 3,

в) 4,

г) 16,

д)  $\frac{1}{4}.$

$$\log_2(8 \log_3 3^2) = \log_2(8 \cdot 2 \cdot \log_3 3) = \log_2(16 \cdot 1) =$$

$$= \log_2 2^4 = 4 \log_2 2 = 4 \quad \boxed{7 \text{ в}}$$

8. Ако  $\log_y(x-2) = 0$  и  $x^{y-2} = 1$ , то  $y^x$  е:

а) 8,

б) 4,

в) 9,

г)  $\frac{1}{4},$

д)  $\frac{1}{16}.$

$$\begin{cases} \log_y(x-2) = \log_y 1 \\ x^{y-2} = 1 = x^0 \end{cases} \quad \begin{cases} x-2 = 1 \\ y-2 = 0 \end{cases} \quad \begin{cases} x = 3 \\ y = 2 \end{cases} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow y^x = 2^3 = \boxed{8} \quad \boxed{8 \text{ а}}$$

9. Коренът на уравнението  $\cos^2 x + \cos^2 2x = 1$  от интервала  $(0; \frac{\pi}{2})$  е:

- а)  $\frac{5\pi}{6}$ , б)  $\frac{\pi}{4}$ , в)  $\frac{\pi}{12}$ , г)  $\frac{\pi}{6}$ , д)  $\frac{\pi}{3}$ .

$$\begin{aligned} \cos^2 x + \cos^2 2x &= 1 / .2 \\ 2\cos^2 x + 2\cos^2 2x &= 1 \\ 1 + \cos 2x + 2\cos^2 2x &= 2 \\ 2\cos^2 2x + \cos 2x - 1 &= 0 \\ 2u^2 + u - 1 &= 0 \\ D &= 1 + 4 \cdot 2 = 9 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} u_{1,2} &= \frac{-1 \pm 3}{4} \quad u_1 = -1 \\ &\quad u_2 = \frac{1}{2} \\ \cos 2x &= -1 \quad \cos 2x = \frac{1}{2} \\ 2x &= (2k+1)\pi \quad 2x = \pm \frac{\pi}{3} + 2k\pi \\ x &= (2k+1)\frac{\pi}{2} \quad x = \pm \frac{\pi}{6} + k\pi \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} k=0 &\Rightarrow x = \frac{\pi}{2} \notin I \\ k=-1 &\Rightarrow x = -\frac{\pi}{2} \notin I \\ k=1 &\Rightarrow x = \frac{3\pi}{2} \notin I \end{aligned} \quad \left\{ \begin{aligned} k=0 &\Rightarrow x = \frac{\pi}{6} \in I, x = -\frac{\pi}{6} \notin I \\ k=1 &\Rightarrow x = \frac{7\pi}{6} \notin I, x = \frac{5\pi}{6} \notin I \\ k=-1 &\Rightarrow x = \frac{5\pi}{6} \notin I, x = -\frac{7\pi}{6} \notin I \end{aligned} \right. \quad \boxed{9 \text{ г}}$$

10. Не е вярно неравенството:

- а)  $\lg \frac{\pi}{6} \cdot \lg \frac{\pi}{4} \sin^2 \frac{\pi}{3}$ , б)  $\sqrt[3]{\sqrt{3}} < \sqrt{\sqrt{2}}$ , в)  $\log_3 4 < \log_{\sqrt{2}} 3$ ,  
г)  $\left(\frac{\pi}{3}\right)^{\cos \frac{\pi}{3}} < \left(\frac{\pi}{2}\right)^{\cos \frac{\pi}{2}}$ , д)  $2^{-3} < (-2)^2$ .

а)  $\frac{1}{4} < 4$  вярно

б)  $\log_3 4 < \log_{2\frac{1}{2}} 3 = \frac{1}{2} \log_2 3 = 2 \log_2 3$   
 $\log_3 4 = \log_3 2^2 = 2 \log_3 2$  вярно

в)  $\sqrt[3]{\sqrt{3}} < \sqrt[2]{\sqrt{2}} \Rightarrow (3^{\frac{1}{3}})^{\frac{1}{3}} < (2^{\frac{1}{2}})^{\frac{1}{2}} \Rightarrow 3^{\frac{1}{9}} < 2^{\frac{1}{4}} \Rightarrow$   
 $\Rightarrow 3^{\frac{4}{36}} < 2^{\frac{9}{36}} \Rightarrow 3^4 < 2^9 \Rightarrow 81 < 512$  вярно

г)  $\lg \frac{\pi}{6} \cdot \lg \frac{\pi}{4} = \frac{\sqrt{3}}{3} \cdot 1 = \frac{\sqrt{3}}{3} = \frac{4\sqrt{3}}{12} = \frac{4 \cdot 1,7}{12} = \frac{6,8}{12}$   
 $\sin^2 \frac{\pi}{3} = \left(\frac{\sqrt{3}}{2}\right)^2 = \frac{3}{4} = \frac{9}{12}$  }  $\Rightarrow$  вярно

Отг. г) 10 г

11. Ако числата  $a$ , 4 и  $c$ , в този ред, са последователни членове на аритметична прогресия, а числата  $a$ , 4 и  $(a+c)$ , в този ред, са последователни членове на геометрична прогресия, то стойността на  $a$  е:

- а) 4, б) 1, в) 2, г) 3, д) 0.

$$\begin{aligned} \frac{a}{4} &= \frac{4}{c} \Rightarrow a \cdot c = 16 \\ a + c &= 8 \\ a(a+c) &= 16 \Rightarrow a \cdot 8 = 16 \Rightarrow a = 2 \end{aligned} \quad \boxed{11 \text{ в}}$$

12. Ако  $\lim_{n \rightarrow \infty} a_n = 2$ , то  $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{(a_n)^3 - 8}{4 - (a_n)^2}$  е:

- а) -2, б) -3, в)  $-\frac{1}{2}$ , г)  $\frac{3}{2}$ , д) 4.

$$\begin{aligned} A &= \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{(a_n - 2)(a_n^2 + 2a_n + 4)}{(2 - a_n)(2 + a_n)} = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{(a_n - 2)(a_n^2 + 2a_n + 4)}{-(a_n - 2)(a_n + 2)} = \\ &= - \frac{(\lim a_n)^2 + 2 \lim a_n + 4}{\lim a_n + 2} = - \frac{2^2 + 2 \cdot 2 + 4}{2 + 2} = - \frac{12}{4} = -3 \end{aligned} \quad \boxed{12 \text{ б}}$$



13. Равенството  $\sqrt{f^2(x)} = f(x)$ ,  $x > 0$  се удовлетворява от функцията:

а)  $f(x) = \log_2 x$ ,

б)  $f(x) = \sin x$ ,

в)  $f(x) = |1 - x|, \geq 1$

г)  $f(x) = x^2 - 1$ ,

д)  $f(x) = 2^{\cos x} - 1$ .

$$\sqrt{f^2(x)} = f(x) \Leftrightarrow |f(x)| = f(x) \Rightarrow f(x) \geq 0, \forall x \in \mathbb{R}$$

14. Най-голямата стойност на функцията  $3^{x^2-1}$  в интервала  $[0; 2]$  е:

а)  $\log_3 64$ ,

б) 9,

в) 27,

г) 81,

д) 0.

$$3 > 1 \Rightarrow 3^x \text{ е растяща} \Rightarrow f_{\max} = f(2) = 3^{2^2-1} = 3^{4-1} = 3^3 = 27$$

15. Да се намери стойността на параметъра  $a$ , за която графиките на линейните функции  $y = 1 - 3x$ ,  $y = 2x + 6$  и  $y = 5x + a$  се пресичат в една точка.

а) 7,

б) -1,

в) 4,

г) -10,

д) 9.

$$1 - 3x = 2x + 6$$

$$1 - 6 = 2x + 3x$$

$$5x = -5$$

$$x = -1 \Rightarrow y = 4$$

$$y(-1) = 5(-1) + a = 4$$

$$-5 + a = 4 \Rightarrow a = 9$$

16. Ако лицето на правоъгълен триъгълник е  $1 \text{ cm}^2$ , а хипотенузата му е  $\sqrt{5} \text{ cm}$ , то периметърът на триъгълника в  $\text{cm}$  е:

а)  $4 + \sqrt{5}$ ,

б)  $3 + \sqrt{5}$ ,

в)  $1 + 2\sqrt{5}$ ,

г)  $5 + \sqrt{5}$ ,

д)  $\sqrt{2} + \sqrt{3} + \sqrt{5}$ .

$$\frac{1}{2}ab = S = 1 \Rightarrow ab = 2$$

$$a^2 + b^2 = c^2 \Rightarrow a^2 + b^2 = (\sqrt{5})^2 \Rightarrow a^2 + b^2 = 5$$

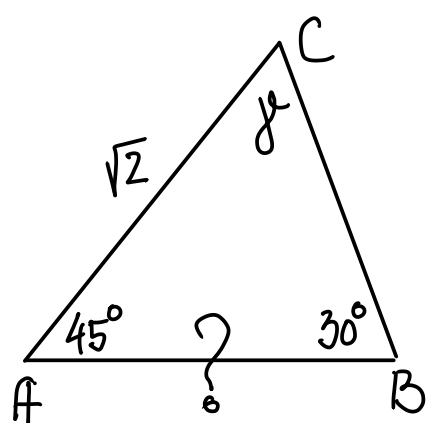
$$\left| \begin{array}{l} ab = 2 / \cdot 2 \\ a^2 + b^2 = 5 \end{array} \right. \Rightarrow \left| \begin{array}{l} 2ab = 4 \\ a^2 + b^2 = 5 \end{array} \right. \} + a^2 + 2ab + b^2 = 9$$

$$(a+b)^2 = 9 = 3^2 \Rightarrow a+b = 3 \Rightarrow P_{\Delta} = a+b+c = 3 + \sqrt{5} = P_{\Delta}$$



17. Ако в триъгълника  $ABC$  дължината на страната  $AC$  е  $\sqrt{2}$  cm, а ъглите при върховете  $A$  и  $B$  са съответно  $45^\circ$  и  $30^\circ$ , то дължината на страната  $AB$  в cm е:

- а)  $\sqrt{3} - 1$ , б)  $\frac{3 + \sqrt{3}}{2}$ , в) 2, г)  $1 + \sqrt{2}$ , д)  $1 + \sqrt{3}$ .



$$\angle C = 180^\circ - 45^\circ - 30^\circ = 105^\circ$$

$$\frac{AB}{\sin \gamma} = \frac{AC}{\sin \beta} \Rightarrow AB = \frac{\sqrt{2} \sin 105^\circ}{\sin 30^\circ} =$$

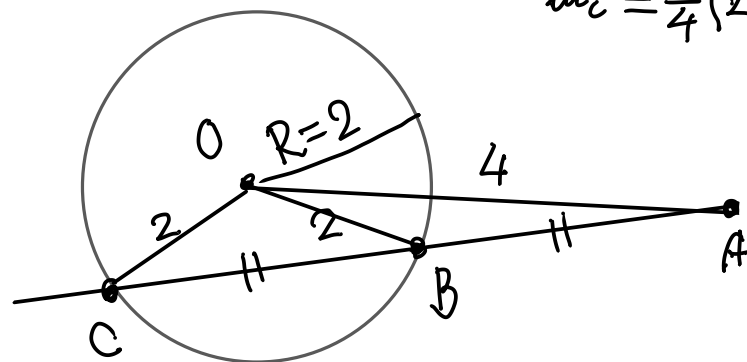
$$= \frac{\sqrt{2} \sin (60^\circ + 45^\circ)}{\frac{1}{2}} = 2\sqrt{2} (\sin 60^\circ \cos 45^\circ + \sin 45^\circ \cos 60^\circ)$$

$$= 2\sqrt{2} \left( \frac{\sqrt{3}}{2} \cdot \frac{\sqrt{2}}{2} + \frac{\sqrt{2}}{2} \cdot \frac{1}{2} \right) = 2\sqrt{2} \cdot \frac{1}{4} (\sqrt{6} + \sqrt{2}) =$$

$$= \frac{2\sqrt{3} + 2}{2} = \sqrt{3} + 1 \quad \boxed{17 \text{ д}}$$

18. През т.  $A$  е построена права, която пресича в точките  $B$  и  $C$  окръжност с център т.  $O$  и радиус 2 m. Ако разстоянието от  $A$  до  $O$  е 4 m и  $B$  е среда на отсечката  $AC$ , то дължината на  $AC$  е:

- а)  $4\sqrt{6}$  m, б) 6 m, в)  $4\sqrt{2}$  m, г)  $6\sqrt{2}$  m, д)  $2\sqrt{6}$  m.



$$m_c^2 = \frac{1}{4} (2a^2 + 2b^2 - c^2)$$

$$2^2 = \frac{1}{4} (2 \cdot 2^2 + 2 \cdot 4^2 - AC^2)$$

$$16 = 8 + 32 - AC^2$$

$$AC^2 = 40 - 16 = 24$$

$$AC = 2\sqrt{6} \quad \boxed{18 \text{ д}}$$

19. Обемът на правоъгълния паралелепипед  $\Pi$  е  $216 \text{ cm}^3$ , а диагонален на основата му е  $2\sqrt{10}$  cm. Ако дължината, широчината и височината на  $\Pi$ , в този ред, са последователни членове на геометрична прогресия, лицето на пълната повърхнина на  $\Pi$  е:

- а)  $312 \text{ cm}^2$ , б)  $156 \text{ cm}^2$ , в)  $200 \text{ cm}^2$ , г)  $512 \text{ cm}^2$ , д)  $256 \text{ cm}^2$ .

$$\div a; b; c \Rightarrow b^2 = ac \quad *) S_1 = 2(ab + ac + bc)$$

$$V = abc = 216 \Rightarrow b \cdot b^2 = 216 \Rightarrow b^3 = 6^3 \Rightarrow b = 6$$

$$a^2 + b^2 = d^2 \Rightarrow a^2 + 36 = 40 \Rightarrow a^2 = 4 \Rightarrow a = 2$$

$$36 = 2c \Rightarrow c = 18$$

$$S_1 = 2(2 \cdot 6 + 2 \cdot 18 + 6 \cdot 18) = 2(12 + 36 + 108) = 2(36 + 20) = 2 \cdot 156 = 312 \quad \boxed{19 \text{ а}}$$

20. Ако средната стойност на числовите данни  $\{2; 0; x; 2; 7; x; 8; 3; 5; 7\}$  е 4, то модата им е:

- а) 2, б) 0, в) 7, г) 5, д) 3.

$$(2 + 0 + x + 2 + 7 + x + 8 + 3 + 5 + 7) : 10 = 4 \quad / \cdot 10$$

$$24 + 10 + 2x = 40$$

$$2x + 34 = 40$$

$$2x = 6 \Rightarrow x = 3$$

$$\{0; 2; 2; 3; 3; 3; 5; 7; 7; 8\}$$

$$\text{Мода: } 3 \quad \boxed{20 \text{ д}}$$

Коментар:  
"Фигово!" или  
"нищо особено" на БГ!  
Не научих нищо от  
тия зораци!

21. Да се реши уравнението:  $5^{2|x-2|} + 5 = 6 \cdot 5^{|x-2|}$ .

Реш.  $5^{|x-2|} = u \Rightarrow u^2 - 6u + 5 = 0$   
 $\Delta_1 = (-3)^2 - 1 \cdot 5 = 9 - 5 = 4; u_{1,2} = \frac{3 \pm 2}{1}$

$u_1 = 5$

$5^{|x-2|} = 5^1$

$|x-2| = 1$

$x-2=1$

$x=3$

$x-2=-1$

$x=1$

$u_2 = 1$

$5^{|x-2|} = 1 = 5^0$

$|x-2| = 0$

$x-2=0$

$x=2$

21.  $x_1 = 1, x_2 = 2, x_3 = 3$ .

22. Да се реши неравенството:  $\sqrt{x^2 - 5x + 4} \geq x - 3$ .

$\begin{cases} g(x) \geq 0 \\ f(x) > 0 \\ f(x) \geq g^2(x) \end{cases}$

①  $x-3 \geq 0 \Rightarrow x \geq 3$

②  $x^2 - 5x + 4 > 0$

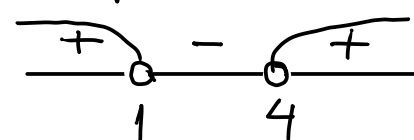
③  $x^2 - 5x + 4 \geq (x-3)^2$

②  $x^2 - 5x + 4 > 0$

$\Delta = 25 - 16 = 9$

$x_{1,2} = \frac{5 \pm 3}{2}$

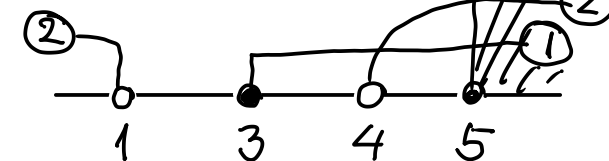
$x_1 = 4, x_2 = 1$



③  $x^2 - 5x + 4 \geq x^2 - 6x + 9$

$-5x + 4 \geq 9 - 4$

$x \geq 5$



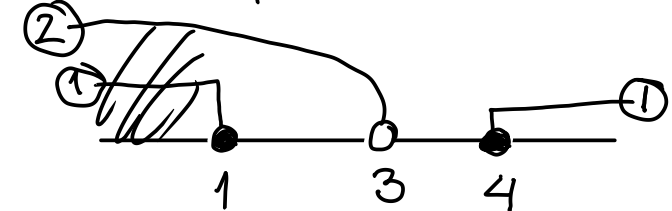
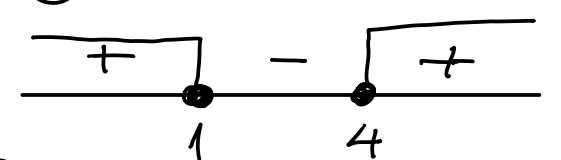
$x \in [5; +\infty)$

$\begin{cases} f(x) \geq 0 \\ g(x) < 0 \end{cases}$

①  $x^2 - 5x + 4 \geq 0$

②  $x-3 < 0 \Rightarrow x < 3$

①  $x_1 = 4, x_2 = 1$



$x \in (-\infty; 1]$

Реш.  $x \in (-\infty; 1] \cup [5; +\infty)$

22.  $x \in (-\infty; 1] \cup [5; \infty)$ .

23. Дължините на страните на разностранен триъгълник с периметър 9 cm са естествени числа и последователни членове на аритметична прогресия. Да се намери дължината на най-малката страна на триъгълника.

$$\begin{array}{l} \div a, b, c; \{a, b, c\} \in \mathbb{N} \\ a + b + c = 9 \end{array} \Rightarrow a = ?$$

$$\begin{array}{l} 2b = a + c \\ (a + c) + b = 9 \Rightarrow 2b + b = 9 \Rightarrow b = 3 \end{array}$$

$\div 1, 3, 5 \Rightarrow 1 + 3 < 5 \Rightarrow$  няма такъв  $\Delta$ ! (циганские катане!)

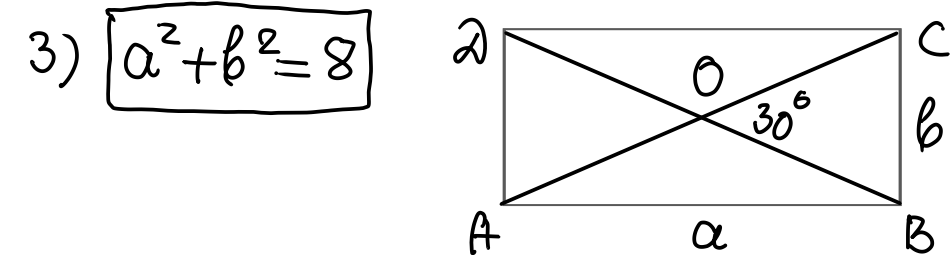
Поимт:  $\div 2, 3, 4$  — става  $\Rightarrow$

$$\Rightarrow a = 2$$

23. 2 cm.

24. В правоъгълен паралелепипед телесен диагонал е с дължина 4 cm и сключва с основата ъгъл  $45^\circ$ . Да се намери обемът на паралелепипеда, ако диагоналите на основата сключват помежду си ъгъл  $30^\circ$ .

$$\begin{array}{l} 1) d^2 = 16 = a^2 + b^2 + c^2 \\ 2) AC = c \Rightarrow \sqrt{a^2 + b^2} = c \Rightarrow a^2 + b^2 = c^2 \Rightarrow \\ \Rightarrow c^2 + c^2 = 16 \Rightarrow 2c^2 = 16 \Rightarrow c^2 = 8 \Rightarrow c = 2\sqrt{2} \end{array}$$



$$\begin{array}{l} 4) AC = c \Rightarrow OC = OB = \sqrt{2} \Rightarrow b^2 = 2 + 2 - 2 \cdot \sqrt{2} \cdot \sqrt{2} \cos 30^\circ = \\ = 4 - 2 \cdot 2 \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} = 4 - 2\sqrt{3} \Rightarrow b = \sqrt{4 - 2\sqrt{3}} \end{array}$$

$$5) a^2 + 4 - 2\sqrt{3} = 8 \Rightarrow a^2 = 4 + 2\sqrt{3} \Rightarrow a = \sqrt{4 + 2\sqrt{3}}$$

$$\begin{array}{l} 6) V = abc = 2\sqrt{2} \cdot \sqrt{(4 - 2\sqrt{3})(4 + 2\sqrt{3})} = 2\sqrt{2} \cdot \sqrt{16 - 12} = \\ = 2\sqrt{2} \cdot \sqrt{4} = 2\sqrt{2} \cdot 2 = 4\sqrt{2} \end{array}$$

Отг.  $V = 4\sqrt{2}$  Бащи госагата!

24.  $4\sqrt{2} \text{ cm}^3$ .



25. В ромб с лице  $16 \text{ cm}^2$  разликата на двата диагонала е  $4 \text{ cm}$ . Да се намери  $\cos \alpha$ , където  $\alpha$  е острият ъгъл на ромба.

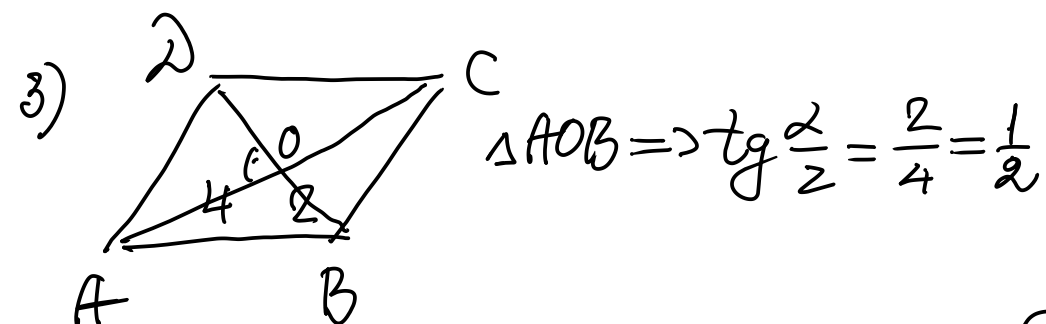
$$1) S = \frac{1}{2} d_1 d_2 = 16 \Rightarrow \boxed{d_1 d_2 = 32} \quad \boxed{d_1 - d_2 = 4} \Rightarrow d_1 = 4 + d_2$$

$$2) (4 + d_2) d_2 - 32 = 0$$

$$d_2^2 + 4d_2 - 32 = 0$$

$$D_1 = 4 + 32 = 36$$

$$d_2^{1,2} = \frac{-2 \pm 6}{1} \Rightarrow \boxed{d_2 = 4} \Rightarrow \boxed{d_1 = 8}$$



$$4) \cos \alpha = \frac{1 - \tan^2 \frac{\alpha}{2}}{1 + \tan^2 \frac{\alpha}{2}} = \frac{1 - \frac{1}{4}}{1 + \frac{1}{4}} = \frac{3/4}{5/4} = \boxed{\frac{3}{5}}$$

Отг.  $\boxed{\cos \alpha = \frac{3}{5}}$

25.  $\cos \alpha = \frac{3}{5}$ .

26. Всички ръбове на триъгълната пирамида  $ABCD$  са с дължина  $3 \text{ cm}$ . Точките  $P$  и  $Q$  лежат съответно на ръбовете  $AC$  и  $BC$ , като дължините на отсечките  $CP$  и  $CQ$  са равни на  $1 \text{ cm}$ . Да се намери обемът на пирамидата  $ABQPD$ .

$$1) R = \frac{a}{\sqrt{3}} = \frac{3}{\sqrt{3}} = \boxed{\sqrt{3} = R}$$

$$2) \triangle COD \Rightarrow H^2 = l^2 - R^2 = 9 - 3 = 6 \Rightarrow \boxed{H = \sqrt{6}}$$

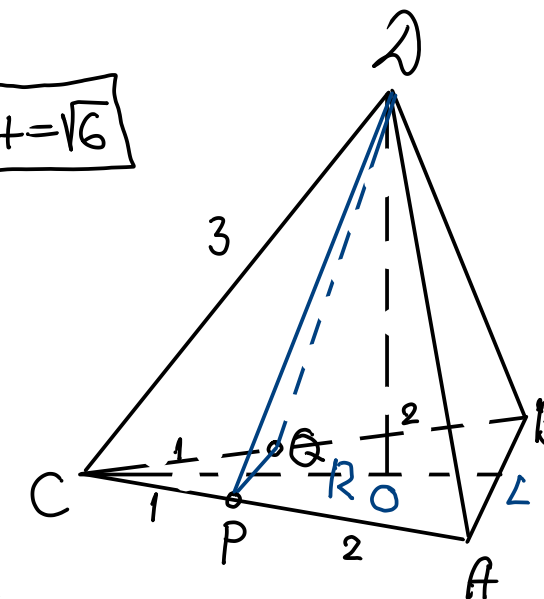
$$3) B = S_{ABC} = \frac{a^2 \sqrt{3}}{4} = \boxed{\frac{9\sqrt{3}}{4} = B}$$

$$4) S_{CPQ} = \frac{a^2 \sqrt{3}}{4} = \frac{1 \cdot \sqrt{3}}{4} = \frac{\sqrt{3}}{4}$$

$$5) S_{ABQP} = \frac{9\sqrt{3}}{4} - \frac{\sqrt{3}}{4} = \frac{8\sqrt{3}}{4} = 2\sqrt{3}$$

$$6) V = \frac{1}{3} S_{ABQP} \cdot H = \frac{1}{3} \cdot 2\sqrt{3} \cdot \sqrt{6} = \frac{1}{3} \cdot 2\sqrt{3} \cdot \sqrt{3} \cdot \sqrt{2} = 2\sqrt{2}$$

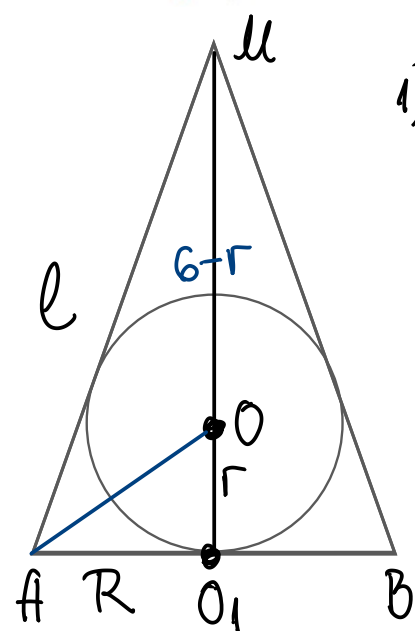
Отг.  $\boxed{V_{ABQPD} = 2\sqrt{2}}$



26.  $2\sqrt{2} \text{ cm}^3$ .

Писна ми! Заради муй старците нямат равия  
и не ходят по излизки!

27. Лицето на основата на прав кръгов конус се отнася към лицето на повърхнината на вписаната в него сфера както 3:4. Да се намери околната повърхнина на конуса, ако височината му е 6 cm.



$$1) \frac{B}{S_{сф}} = \frac{3}{4} \Rightarrow \frac{\pi R^2}{\pi r^2} = \frac{3}{4} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow R^2 = 3r^2 \Rightarrow \boxed{R = r\sqrt{3}} \Rightarrow r = \frac{R}{\sqrt{3}}$$

$$2) S_{ок} = \pi R l = ?$$

$$3) TB \Rightarrow \frac{6-r}{r} = \frac{l}{R} \Rightarrow R(6-r) = lr \Rightarrow$$

$$\Rightarrow R(6 - \frac{R}{\sqrt{3}}) = l \cdot \frac{R}{\sqrt{3}} \Rightarrow R\sqrt{3}(6 - \frac{R}{\sqrt{3}}) = lR$$

$$\Rightarrow 6\sqrt{3}R - R^2 = lR : R \Rightarrow \boxed{6\sqrt{3} - R = l}$$

$$4) \Delta AO_1M \Rightarrow l^2 = R^2 + 6^2 \Rightarrow (6\sqrt{3} - R)^2 = R^2 + 36$$

$$36 \cdot 3 - 12R\sqrt{3} + R^2 = R^2 + 36 \Rightarrow 108 - 36 = 12R\sqrt{3} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow 12R\sqrt{3} = 72 : 2 \Rightarrow 6R\sqrt{3} = 36 : 6 \Rightarrow R\sqrt{3} = 6 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow R = \frac{6}{\sqrt{3}} = 2\sqrt{3} \Rightarrow \boxed{R = 2\sqrt{3}} \Rightarrow l = 6\sqrt{3} - 2\sqrt{3} = \boxed{4\sqrt{3} = l}$$

$$5) S_{ок} = \pi R l = \pi \cdot 2\sqrt{3} \cdot 4\sqrt{3} = \pi \cdot 8 \cdot 3 = \boxed{24\pi = S}$$

27.  $24\pi \text{ cm}^2$ .

28. Да се намери броят на трицифрените числа, които се делят на 6 и се записват с помощта на различни цифри от множеството {1, 2, 3, 4, 5}.

$$1) \text{ трицифрени с 5 цифри} = \sqrt[5]{5} = 5 \cdot 4 \cdot 3 = \boxed{60}$$

2) Цифри се делят на 6  $\Rightarrow$  четно и се делят на 3!

3) Четни:  $\boxed{1}\boxed{2}\boxed{4}$  или  $\boxed{2}\boxed{4}\boxed{1}$

4) Сборът на цифрите да се дели на 3!

$$\left. \begin{array}{l} \boxed{1}\boxed{3}\boxed{2} = 6 \\ \boxed{3}\boxed{1}\boxed{2} = 6 \\ \boxed{3}\boxed{4}\boxed{2} = 9 \\ \boxed{4}\boxed{3}\boxed{2} = 9 \\ \boxed{5}\boxed{1}\boxed{2} \end{array} \right\} \boxed{4}$$

$$\left. \begin{array}{l} \boxed{1}\boxed{4}\boxed{1} \\ \boxed{2}\boxed{3}\boxed{4} = 9 \\ \boxed{3}\boxed{2}\boxed{4} = 9 \\ \boxed{3}\boxed{5}\boxed{4} = 12 \\ \boxed{5}\boxed{3}\boxed{4} = 12 \end{array} \right\} \boxed{4}$$

Осиг, Броят е 8!

28. 8.

29. Във ваза има 4 бели и няколко червени рози. Вероятността при случаен избор на две рози от вазата те да са бели е  $\frac{2}{7}$ . Да се намери броят на червените рози.

$$B - 4$$

$$Ч - x$$

$$\text{Избор на 2 рози} = C_{4+x}^2 = \frac{(4+x)(4+x-1)}{2 \cdot 1}$$

$$\text{Избор на 2 бели} = C_4^2 = \frac{4 \cdot 3}{2 \cdot 1} = 6$$

$$P = \frac{C_4^2}{C_{4+x}^2} = \frac{4 \cdot 3}{2! \cdot \frac{(4+x)(3+x)}{2!}} = \frac{12}{(x+4)(x+3)} = \frac{12}{7}$$

$$6 \cdot 7 = x^2 + 3x + 4x + 12$$

$$x^2 + 7x + 12 - 42 = 0$$

$$x^2 + 7x - 30 = 0$$

$$\Delta = 49 - 4 \cdot 1 \cdot (-30) = 49 + 120 = 169$$

$$x_{1,2} = \frac{-7 \pm 13}{2} \Rightarrow x = \frac{6}{2} = 3$$

Омг! Червените рози са 3!

30. В банка е внесена сума от 10 000 лв. за срок от три години с годишна капитализирана (сложна) лихва от 5%. В началото на третата година на влога банката променя лихвата на 4%. Да се намери сумата, която се достига в края на спестовния период.

Ако ги порежеш - ще х да съм сатворител...

$$L_1 = 10000 \cdot \frac{5}{100} = 500 \text{ лв лихва след година!} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow K_1 = 10500 \text{ лв}$$

$$L_2 = 10500 \cdot \frac{5}{100} = 525 \text{ лв лихва след 2 години} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow K_2 = 10500 + 525 = 11025 \text{ лв главница}$$

$$L_3 = 11025 \cdot \frac{4}{100} = 441 = \frac{4 \cdot 1100}{100} = 441 \text{ лв лихва след 3 години!}$$

$$K_3 = 11025 + 441 = \boxed{11466 \text{ лв}}$$

Пукнах от досада!